

Aportes para la enseñanza de la Matemática de Mendoza

Queridos docentes:

Por este medio queremos estar junto a ustedes, sabemos que no es el ideal, pero creemos que es una manera de acompañarlos en su labor de enseñar.

Nuestra idea es mostrarles algunas propuestas de enseñanza, reflexiones, artículos de investigación en Didáctica de la Matemática, artículos de interés, curiosidades y todo aquello que surja de sus inquietudes y esté a nuestro alcance. Pretendemos también que este sea un espacio de reflexión y discusión para docentes. No persigue más objetivos que el de acercar temáticas e investigaciones que actualizan conocimientos y renuevan ideas acerca de estrategias y metodologías de enseñanza y aprendizaje.

Es el deseo de quienes esto elaboran, el generar espacios de reflexión y poner en contacto a los docentes con información actualizada y de nivel mundial acerca de nuestro quehacer docente en el área de Matemática.

En esta primera edición electrónica les acercamos:

1. [Curiosidades matemáticas](#)
2. [El rol del error en el proceso de enseñanza aprendizaje](#)
3. [Bibliografía](#)

Se pueden comunicar con nosotros a la siguiente dirección:

mendomatica@mendoza.edu.ar

1) Curiosidades matemáticas:

¿Es cierto que $5=6$? Veamos la siguiente demostración:

$$\begin{aligned} -30 &= -30 \\ 25 - 55 &= 36 - 66 \\ 25 - 55 + \frac{121}{4} &= 36 - 66 + \frac{121}{4} \\ \left(5 - \frac{11}{2}\right)^2 &= \left(6 - \frac{11}{2}\right)^2 \\ 5 - \frac{11}{2} &= 6 - \frac{11}{2} \\ 5 &= 6 \end{aligned}$$

¿Dónde está el problema?

O.... estamos enseñando mal y es verdad que 5 es igual a 6?

Envíe sus comentarios a la siguiente dirección electrónica :

mendomatica@mendoza.edu.ar

o escríbalo en la sección *comentarios* de nuestro sitio, en el Portal Mendoza.edu.ar:

www.mendoza.edu.ar

2) El rol del error en el proceso de enseñanza aprendizaje

Los errores son producto de las concepciones que tiene el alumno y que éste "retiene" porque le son útiles: le permiten resolver problemas específicos. Estas concepciones son producto de propiedades de lo enseñado y, por consiguiente, consecuencia de una enseñanza.

El error es considerado de diferentes formas, a continuación se muestra una síntesis de algunas corrientes:

Aspectos considerados para el análisis	Los referentes platónicos Platón	Los referentes logicistas Formalista Leibniz - Newton	Los referentes constructivistas Brousseau
El error: Interpretación de la/s causa/s de los errores. Cómo corregirlos. Actividades de remediación	En este modelo no hay lugar para el error. Es considerado como un signo de la imperfección del alumno (no presta atención, no obedece al profesor, no ve el placer en el conocimiento) Es necesario sancionarlo, no exhibirlo. Es el docente el que reemplaza la técnica equivocada.	La matemática, considerada ciencia exacta, no puede dar lugar al error. El error no puede ser otro que el cometido por el alumno: no debe suceder, ni aparecer, ni ser trabajado, ni ser comprendido.	Un error manifiesta la distancia al saber o la presencia de un saber diferente y no la ausencia de saber. El error ofrece una vía de acceso al estado de saber del alumno. El error señala al profesor cuáles son, para los alumnos los aprendizajes puestos en juego, en términos de utilización, de reelaboración, o de abandono de saberes y representaciones actuales.

Sacar partido favorable del error

Curso de Perfeccionamiento docente a distancia CONICET

Aprendemos, sobre todo, por nuestros errores : nos obligan a reflexionar.

¡Somos tan indulgentes en lo tocante a nuestros errores, cualquiera que sea su precio !

¿Por qué no serlo también respecto a los errores de nuestros alumnos? Si lo hiciéramos, frecuentemente sabríamos disculpar a los más vulnerables y más escrupulosos.

Hay una pedagogía, bien intencionada, que pretende obtener siempre una respuesta exacta y segura del alumno a toda pregunta que se le haga. El error es acechado, para ser denunciado, borrado, extirpado, lo más rápidamente posible, como una falta impura.

Sucede que este culto por la buena respuesta conduce a un conocimiento que es un verdadero adiestramiento. En matemática, no es suficiente disponer, bajo un estímulo, de una respuesta exacta ; es necesario también comprender la razón de la respuesta que se da.

Hasta que un alumno no nos ponga en guardia por una respuesta equivocada, sólo tenemos la presunción de que su comprensión es la correcta.

Respuestas o afirmaciones inexactas pueden provenir simplemente de que el alumno dice cualquier cosa, lo primero que le ha pasado por la cabeza ; pero puede suceder también que tales afirmaciones se deban a que el alumno tiene una forma de comprensión, un marco de pensamiento, diferentes de los nuestros. En este caso, captar el porqué de lo que ha dicho es comprender como ha pasado.

Desde muy pronto, me he servido de los errores de los alumnos para llegar aun mejor conocimiento de ellos y de mí mismo.

He aquí algunos ejemplos :

1º) En una discusión, un alumno dijo : plenamente convencido y con toda tranquilidad : "*cero no es un número*".

Ante esto, uno se puede quedar estupefacto, alzarse de hombros, confirmar su afirmación como una burrada, reprochársela con una mala nota.

Es más útil explotar el error.

La manera de proceder en estos casos era bien conocida por mis alumnos.

¿Habéis oído lo que dicho vuestro compañero?

Tomad una hoja de papel y escribid la pregunta : ¿cero es un número? Reflexionad sobre ello, y en los próximos días traedme escrito lo que pensáis sobre esta cuestión... Si queréis, podéis anotar vuestros datos personales : nombre, edad y la clase en que estáis.

Bien sabían lo que yo quería. Les tenía dicho : mi intención es tratar de mejorar la enseñanza matemática. Podéis ayudarme si me explicáis libremente lo que vosotros pensáis de verdad. No es un deber escrito para poner notas. Todo queda entre nosotros.

Llegado el día , le leía las respuestas una por una, ante toda la clase, sin citar los autores, aunque todos habían firmado.

¡Habíamos aprendido muchas cosas!

A propósito del cero, por ejemplo, toda una patología :

- _ Desde muy pequeño se me ha dicho : Cero no es absolutamente nada.
- _ Cuando se añade cero a un número es como si no se añadiera nada.
- _ Cuando se multiplica un número por cero, es cero.
- _ No se puede dividir por cero.
- _ Cero sobre cero, no quiere decir nada.

Después les interrogué : ¿Que quiere decir la pregunta, cero es un número?, ¿cómo se demostraría si lo es realmente o si no lo es?

Después de discutirlo : calculando con él y con los otros números. La conclusión fue : cero es un número, pero un número raro.

"Del análisis de los errores en matemática a los dispositivos de remediación"

Charnay, R.

En la perspectiva constructivista, el error es la expresión de una forma de conocimiento. "El error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar como se cree en la teorías empiristas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, por que, ahora, se revela como erróneo, o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos ni imprevisibles ; están constituidos como obstáculos. Tanto en el funcionamiento del maestro como en el del alumno, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido" (BROUSSEAU, 1983).

Recordemos brevemente algunas hipótesis características de esta concepción constructiva del aprendizaje, sostenida por el conjunto de los investigadores en didáctica de las matemáticas. Las principales hipótesis de aprendizaje , surgidas de los trabajos de psicología cognitiva (PIAGET) y sobre psicología social, subrayan la importancia de la acción del alumno (en el sentido de la resolución de problemas), la importancia del proceso de "desequilibrios - reequilibraciones" (acompañado por una reorganización de los conocimientos), en el cual las concepciones del alumno desempeñan un rol determinante, y finalmente, la importancia de las situaciones de conflictos socio - cognitivos entre alumnos que trabajan juntos o se comunican a distancia. El análisis de los errores, y sobre todo el de su origen, puede entonces servir de referencia al sistema didáctico con sus tres polos (maestro, alumnos y saber matemático) y la relación ternaria que los une.

El apoyo sobre una concepción constructivista y sistemática del aprendizaje nos ha permitido ir mucho más lejos de lo que habríamos podido apoyándonos sobre una concepción "empirista" o conductista. Pero si, como lo suponen las hipótesis constructivistas, el aprendizaje pasa por un tiempo en que se ven fracasar las concepciones que se revelan insuficientes o no adecuadas para el educando, esto implica, pues, que el aprendizaje pasa por momentos de duda, de desestabilización... Ahora bien, no todos los alumnos están dispuestos tal vez a pagar este precio. Como lo precisa S. Bolmarfe "...el camino del conocimiento se ve esencialmente como una fuente de progreso que provoca miedo en esos niños, y lo evitan porque está lleno de riesgos para su equilibrio psíquico, que mantienen de manera precaria." Los niños de los que habla son aquellos que, como él lo escribe, tienen "ansias de saber, pero miedo de aprender" ; y que forman parte de la franja del 20% de nuestros alumnos que fracasan. En ese caso la remediación debe tomar en cuenta su dificultad psíquica. Más fácil de decir que de hacer cuando ni la didáctica ni la pedagogía son de gran ayuda.

En pocas palabras, el error rara vez es analizado, demostrado con y por los alumnos : el docente no lo considera, en general, como un soporte posible para los aprendizajes.

Se hace evidente, pues, que debe realizarse un trabajo importante sobre este tema para una mejor información y para una mejor formación de los docentes de matemáticas , en una triple dirección :

_ Antes del aprendizaje de una noción, y en el curso de aprendizaje, obtener los medios para conocer las concepciones, las representaciones, los procedimientos "espontáneos" de los alumnos.

_ Cuando un error (o más a menudo un conjunto de errores) está constituido como obstáculo, elaborar las situaciones de enseñanza apropiadas que le permitan al alumno una toma de conciencia de carácter erróneo de su respuesta y lo inciten a modificar sus concepciones iniciales, a renunciar a ellas para construir obras nuevas.

_ Por último, actuar al nivel de lo que los especialistas en didáctica franceses llaman el "contrato didáctico". En efecto, si el error es considerado como un fenómeno anormal, como una falta, si es sistemáticamente ocasión de sanciones, el alumno buscará recetas para responder a la expectativa del docente, se refugiará en el "cualquier cosa" o la negativa a responder ; por el contrario, si el alumno tiene la impresión de que sus respuestas, aún las erróneas, son tomadas en consideración, se vuelven un objeto de trabajo, se sentirá más a gusto en la tarea propuesta, y tal vez menos en lo que él cree que el docente espera de él, responderá más al problema planteado que al docente que formula la pregunta.

Los estudios en didáctica de las matemáticas han permitido renovar el acercamiento a los errores de los alumnos. Dos direcciones parecen particularmente interesantes :

_ Por una parte, los errores no siempre traducen una ausencia de conocimientos o una falta de trabajo : algunos errores, por el contrario, son un elemento de información para el docente sobre las concepciones que el alumno tiene una noción, una información sobre "su manera de conocer" ; se trata entonces de ayudar a los docentes a leer adecuadamente esos errores.

_ Por otra parte, los errores del alumno pueden y deben ser tomados en cuenta positivamente en el proceso de aprendizaje : para que progrese, hay que permitirle al alumno tomar conciencia del hecho de que su respuesta es errónea ; la respuesta correcta no debe simplemente reemplazar la pregunta errónea, ; debe estar construida oponiéndose a ésta ; se trata entonces de ayudar a los docentes a elegir y organizar situaciones de enseñanza que favorezcan el cuestionamiento por parte del alumno de sus concepciones erróneas.

Esperamos sugerencias y reflexiones con respecto a este artículo.

















Envíe sus comentarios a la siguiente dirección electrónica :

mendomatica@mendoza.edu.ar

o escríbalo en la sección *comentarios* de nuestro sitio, en el Portal Mendoza.edu.ar:

www.mendoza.edu.ar

3) Bibliografía

-  Brousseau, G. Los obstáculos epistemológicos y las situaciones didácticas. IREM- Strasbourg- 1989- Francia
-  Brousseau, G. Teoría de las situaciones didácticas. IREM – 1986- Francia.
-  Camuyrano, M., Crippa, A. y otros.(1998). Matemática. Temas de su Didáctica. Pro Ciencia Conicet.
-  Chemello, G y otros. (2000). Estrategias de Enseñanza de la Matemática. Universidad Nacional de Quilmes. Licenciatura en Educación.
-  Chemello, G., Díaz, A., Diñeiro, M. T. y otros. (1996). Matemática, metodología de la enseñanza, Partes I y II, Programa PROCIENCIA de CONICET, Buenos Aires, Conicet.
-  Chemello, G., Díaz, A., Diñeiro, M. T. y otros. (1997). Matemática, modelos didácticos, Programa PROCIENCIA de CONICET, Buenos Aires, Conicet.
-  Chemello, G., y otros. (1997). Los CBC y la Enseñanza de la Matemática. Bs As. AZ Editora.
-  Collado, L; del Campo, E . Documento Curricular área Matemática para EGB 2 DGE- 2002- Mendoza
-  Collado, L; del Campo, E. Compendio de material para capacitación en EGB – área Matemática- DGE- 2003. Mendoza
-  Corso, L. y La Menza, A. (1992). La Matemática del Conflicto al Diálogo. Reflexiones sobre su enseñanza como hecho comunicativo en el Tercer Cido de la EGB. Ed. Aique
-  Guzmán R, I. Apuntes de Didáctica de la Matemática. Curso de Magíster en Enseñanza de las Ciencias con mención en Didáctica de la Matemática- Universidad Católica de Valparaíso- 1999- Chile
-  Jorba, J., Sanmartí, N. (1994). Enseñar, Aprender y Evaluar: Un proceso de Regulación Continua. Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemática. Barcelona
-  Macnab, D., Cummine, J. (1992). La Enseñanza de las Matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad. Ed. Visor.
-  Miller, C. Matemática: Razonamiento y aplicaciones. Editorial Addison Wesley Longman- 1999- México
-  Parra C. Y Saiz, I. (1994). Didáctica de la Matemática, aportes y reflexiones. Buenos Aires. Paidós.
-  Santaló, L. La Geometría en la formación de profesores- Red Olímpica- 1993- BsAs

Páginas web: www.educ.ar Ministerio de Educación de la República Argentina

www.mineduc.cl Ministerio de Educación de Chile

AUTORES

Stella Cañas
Sandra Segura

Miembros de la Comisión Curricular
dependiente de la
Subsecretaría de Transformación e Innovación Educativa
de la Dirección General de Escuelas
Provincia de Mendoza.

COLABORADOR

Darío Reynoso

EDICIÓN



SUBSCRIPCIÓN

Para recibir en forma bimestral la revista Mendom@tic@ tiene enviar un mensaje por correo electrónico a:

majordomo@mendoza.edu.ar.

En ese correo no debe colocar nada en el tema o sujet, sólo tiene que escribir en el cuerpo del mensaje:

subscribe **revistadematematica.**

En forma inmediata recibirá un mensaje de bienvenida del majordomo.

Si tiene algún inconveniente, no dude en escribir a:

mendomatica@mendoza.edu.ar