

## Aportes para la enseñanza de la Matemática de Mendoza

Amigos docentes:

En esta edición electrónica presentamos el siguiente material:

- 1- [Aportes para el seguimiento del aprendizaje en Matemática: Las operaciones](#) (diferentes tipos de problemas y de estrategias de cálculo) .
- 2- [Análisis de los NAP: En relación con el número y las operaciones](#)
- 3- [Aportes para el aula de segundo ciclo](#)
- 4- [Curiosidades matemáticas](#)

### 1. ¿Otra vez los NAP? Algo más sobre Nap de primer ciclo

**APORTES para el seguimiento del aprendizaje en Matemática: síntesis del 1º ciclo para el núcleo Las operaciones: diferentes tipos de problemas y de estrategias de cálculo<sup>1</sup>**

<p><b>En primer año</b> se espera que los niños adquieran confianza y seguridad en producir o apropiarse de diversas estrategias que les permitan resolver problemas que involucren los <b>sentidos más sencillos de la suma y de la resta</b> (agregar, quitar, retroceder, perder, unir, etc.) <b>mediante dibujos y conteo y, progresivamente, por estrategias de cálculo mental.</b> El análisis sobre los enunciados, las preguntas, los datos, y la cantidad de soluciones de los problemas les permitirá identificar en problemas sencillos los datos necesarios para responder una pregunta y explorar la relación entre</p>	<p><b>En segundo año</b> se espera que los niños adquieran confianza y seguridad en producir o apropiarse de diversas estrategias que les permitan resolver problemas que involucren los sentidos más sencillos de la suma y de la resta (agregar, quitar, retroceder, perder, unir, etc.) mediante dibujos y conteo y, progresivamente, por estrategias de cálculo mental. Se espera también que puedan <b>explorar y comparar diversas formas de resolver problemas de series que se repiten y de reparto.</b> El análisis sobre los enunciados, las preguntas, los datos, y la</p>	<p><b>En tercer año</b> se espera que los niños puedan resolver problemas que involucren diversos sentidos de la <b>suma y de la resta por de estrategias de cálculo mental o cálculo algorítmico según los números involucrados.</b> Se espera también que puedan <b>resolver problemas multiplicativos de series proporcionales y organizaciones rectangulares por medio de cálculos multiplicativos</b> y que puedan <b>explorar la multiplicación en problemas sencillos que exigen combinar elementos.</b> Respecto de la división podrán</p>
--	---	--

<sup>1</sup> La negrilla es nuestra. Con ella nos proponemos resaltar la evolución espiralada de los aprendizajes.



<p>las preguntas y los cálculos. En relación con las estrategias de cálculo se propone que los niños puedan construir en 1º año un <b>repertorio de cálculos conocidos que les permitan realizar composiciones y descomposiciones para resolver cálculos mentales escritos para la suma y la resta.</b> Se les ofrecerán oportunidades para que exploren situaciones en las que es <b>suficiente realizar cálculos aproximados de sumas y restas.</b></p>	<p>cantidad de soluciones de los problemas, les permitirá identificar en problemas sencillos los datos necesarios para responder una pregunta y explorar la relación entre las preguntas y los cálculos. En relación con las estrategias de cálculo se propone <b>que los niños puedan ampliar en este año el repertorio de cálculos conocidos de sumas y restas que les permitan realizar composiciones y descomposiciones para resolver cálculos mentales escritos.</b> Se espera que puedan analizar y <b>usar los algoritmos de suma y resta y aprendan a controlar los resultados obtenidos por medio de cálculos aproximados.</b> Respecto de la multiplicación se espera que los niños <b>se inicien en el análisis de las relaciones entre resultados multiplicativos de cuadros de doble entrada</b> y aprendan a <b>utilizar los resultados ya obtenidos para nuevos problemas.</b> Se les ofrecerán oportunidades para que realicen <b>cálculos mentales multiplicativos sencillos, incluyendo la multiplicación por 10.</b></p>	<p>resolver, al principio, <b>problemas de reparto y partición por medio de estrategias variadas y, en forma progresiva, por medio de cálculos mentales y diversos procedimientos.</b> El análisis de los enunciados, la información en cuadros, las preguntas, los datos y la cantidad de soluciones de los problemas, les permitirá identificar datos necesarios, explorar la relación entre las preguntas y los cálculos, <b>inventar problemas y preguntas, resolver con la calculadora problemas que involucran varios cálculos y analizar el rol del resto en los problemas de división.</b> Respecto de las estrategias de cálculo se espera que los niños <b>profundicen en sus conocimientos sobre el cálculo mental, algorítmico, estimativo de sumas y resta,</b> ampliando el campo numérico hasta aproximadamente 10.000. Podrán explorar, analizar y <b>usar diferentes algoritmos para multiplicar por una cifra registrando los pasos intermedios que precisen.</b> Se <b>ampliarán las estrategias de cálculo mental también hacia la multiplicación y división con números "redondos" realizando diversas composiciones</b></p>
---	---	---

		<p><b>y descomposiciones y construyendo un repertorio de resultado de cálculos disponible en la memoria.</b> La calculadora podría ser usada para verificar anticipaciones, controlar resultados, explorar composiciones y descomposiciones posibles y para resolver problemas de varios pasos.</p>
--	--	---

## 2. Análisis de los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios

Desde la Subsecretaría de Transformación educativa de la provincia de Mendoza, analizamos los DCP, con sus sugerencias a través de los distintos documentos elaborados a partir del año 1992, es decir libros 5,7,11,33 (libros naranja) y los documentos de apoyo a las jornadas institucionales, etc., observando los alcances que tienen en relación a los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios.

Para ello tomamos algunos NAP, tratando de mostrar: ejes que abarca y contenidos que desarrolla (conceptuales y procedimentales), En esta oportunidad hemos seleccionado, los NAP vinculados con las operaciones.

### EN RELACION CON EL NUMERO Y LAS OPERACIONES



### LAS OPERACIONES: DIFERENTES TIPOS DE PROBLEMAS

◀ **Resuelven problemas que involucren distintos sentidos de la suma y la resta por medio de diversas estrategias, intercambian ideas acerca de los procedimientos de resolución y escriben los cálculos que representan la operación realizada.**

<p><b>¿Cómo pueden dar cuenta de estos aprendizajes?</b></p> <p>Resolviendo problemas que requieran....</p> <p>◀ Desarrollar uno o varios pasos en situaciones que involucren distintos sentidos de la suma y la resta – juntar, agregar, ganar, avanzar, separar, quitar, perder, retroceder y diferenciar entre dos números –,</p>	<p><b>¿Cuáles son los contenidos involucrados?<sup>2</sup></b></p> <p>◀ <b>Las operaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◦ La adición <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Interpretación de una suma</li> <li>▪ Suma de números empleando una técnica operatoria.</li> <li>▪ Interpretación de los complementos.</li> <li>▪ Cálculo de complementos.</li> <li>▪ Tratamiento de situaciones aditivas.</li> </ul> </li> </ul>
--	---

<sup>2</sup> Renovación Curricular de la provincia de Mendoza. Libro 5, 7, 11 y 33



reconociendo la suma o la resta como la operación que resuelve este tipo de problemas.

- En un negocio se gastaron en mayo \$217 de teléfono y en abril \$153. ¿Cuánto se gastó entre los dos meses?
- Mi tío coleccionó 435 estampillas y mi papá 359. ¿Cuántas estampillas más tiene mi tío que mi papá?
- Los chicos irán de excursión. En 3º A hay 17 nenas y 12 nenes y en 3º B hay 11 nenas y 23 nenes. Faltaron 3 chicos de 3º A y 7 de 3º B, ¿cuántos fueron de excursión?

◀ Unir dos colecciones, con la incógnita en una colección.

- Las chicas y los chicos de 6º están organizando una rifa para sortear un grabador. Entre todos ya vendieron 1.352 números. En total, las chicas vendieron 568, ¿cuántas habrán vendido los varones?

◀ Averiguar "cuántos había al principio", por medio de diversas estrategias de cálculo, identificando cuáles son los cálculos que los resuelven.

- En un galpón se almacenan cajones de botellas de gaseosa. Al final del día hay almacenados 1.755 cajones. Si los camiones repartidores dejaron durante la tarde 450 cajones, ¿cuántos había a la mañana?

◀ Averiguar cuánto se ganó, perdió, agregó o sacó, por medio de diversas estrategias de cálculo, reconociendo el cálculo que representa la operación realizada.

- Laura estaba jugando a la guerra de cartas. En el primer partido ganó 86 puntos, Cuando terminó el

- Interpretación de la suma de varios números y reconocimiento de algunas propiedades.
- Cálculo de la resta de dos números.
- Técnica operatoria de la adición.
- Uso de tablas y cuadros de adición.
- Tratamientos de situaciones sustractivas.
- Relación entre sumas y restas.
- Resolución de ecuaciones de la forma  $a + \square = b$ , con  $a$  y  $b$  números naturales, en los casos posibles.

#### ◀ La funciones numéricas

- Las funciones numéricas
  - Uso de las acciones de "agregar".
  - Utilización de funciones de la forma:  $x \rightarrow a + x$  (agregar  $a$ )

#### ◀ Los problemas

- Búsqueda de la información sobre diferentes soportes: material concreto, imágenes, escrito ...
- Descubrimiento de la pertinencia de la adición en situaciones que requieren el cálculo de suma y de complementos.
- Reconocimiento y resolución de situaciones aditivas y sustractivas simples.

#### ◀ El cálculo reflexivo

- El cálculo reflexivo
  - Uso de los principios de la numeración en base diez y de las propiedades de las operaciones para hacer cálculos mentales escritos.
  - Puesta en acción de diversos procedimientos (algoritmos) de cálculo de sumas, tomando apoyo sobre la numeración decimal y las propiedades de la adición.
  - Estimación de un resultado según un orden dado.
  - Uso de la calculadora.

segundo partido había ganado 142 puntos en total. ¿Qué puntaje habrá obtenido en el segundo partido?

- ◉ El encargado de una embotelladora contó que había 235 botellas en el galpón. Vino una camioneta a descargar más botellas y al volver a contar anotó que había 750. ¿Cuántas botellas trajeron en la camioneta?

◀ Desarrollar varios pasos y considerar varios datos, reconociendo y registrando los distintos cálculos que hay que hacer en cada uno.

- ◉ En una fábrica de artículos de limpieza se anotan las ventas de cada día en este cuadro.

	Lun	Mar	Miérc	Jue	Vier
Caj Ch.	240	185	250	300	222
Caj J	500	787	234	145	95

¿Cuántas cajas de jabones se vendieron el martes?  
 ¿Cuántas cajas de jabones se vendieron en toda la semana?  
 ¿Cuántas cajas de frascos de champú se vendieron entre lunes, martes y miércoles?

**Resuelven problemas que involucren diversos sentidos de la multiplicación y la división por medio de diferentes estrategias, intercambian ideas acerca de los procedimientos de resolución y escriben los cálculos que representan las operación realizada.**

<p><b>¿Cómo pueden dar cuenta de estos aprendizajes?</b> Resolviendo problemas que requieran...</p> <p>◀ Repetir muchas veces un mismo grupo de elementos, utilizando cálculos de multiplicación como</p>	<p><b>¿Cuáles son los contenidos involucrados?<sup>3</sup></b></p> <p>◀ <b>Las operaciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◉ La multiplicación           <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Interpretación de la multiplicación de dos números.</li> </ul> </li> </ul>
---	---



estrategia de resolución.

- En una panadería colocan 120 facturas por bandejas para llevarlas al horno. ¿Cuántas facturas habrá en 8 bandejas iguales?

- ◀ Considerar series repetidas donde los datos están organizados en cuadros de doble entrada, explorando y analizando las relaciones entre los datos en los cuadros, y utilizando cálculo de multiplicación como estrategia de resolución.

•

Cajitas	Chinches
1	20
2	
4	
8	

Cajitas	Alfileres
2	20
3	
5	
10	

- ◀ Considerar organizaciones rectangulares (filas y columnas) por medio de diversas estrategias de cálculo, reconociendo, progresivamente, la multiplicación como la operación que resuelve este tipo de problemas.
  - ¿Cuántas butacas hay que comprar para equipar una sala de cine si quieren poner 15 filas con 8 butacas en cada fila?
- ◀ Determinar la cantidad que resulta de combinar elementos de

- Técnica operatoria de la multiplicación por un dígito.
- Reconocimiento de números pares e impares.
- Uso de las propiedades de la multiplicación.
- Multiplicación de números naturales
  - Tratamiento de situaciones multiplicativas.
  - Relación entre adición y multiplicación.
  - Uso de tablas y cuadros de multiplicación.
  - Cálculo de multiplicaciones de un número por otro de una o dos cifras.
  - Multiplicación de un número por la unidad seguida de cero.
- Cociente exacto. División entera. Ecuación multiplicativa.
  - Determinación por diversos procedimientos, del cociente y del resto de dos números naturales.
  - Resolución de ecuaciones de la forma  $ax \square = b$ , con  $a$  y  $b$  naturales, en los casos posibles.
  - Uso de calculadora.

#### ◀ La funciones numéricas

- Las funciones numéricas
  - Uso de las acciones de "multiplicar".
  - Uso de tablas numéricas de proporcionalidad.
  - Utilización de funciones de la forma  $x \rightarrow a \cdot x$ , con  $a$  y  $x$  números naturales.
  - Construcción y completamiento de tablas de proporcionalidad (directa).

#### ◀ Los problemas

- Reconocimiento y resolución de situaciones multiplicativas y de división.



Cajitas	Chinches
1	20
2	
4	
8	

Cajitas	Alfileres
2	20
3	
5	
10	



**Resuelven situaciones que impliquen analizar datos, preguntas y cantidad de soluciones en los problemas.**

<p><b>¿Cómo pueden dar cuenta de estos aprendizajes?</b> Resolviendo problemas que requieran....</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◀ Construir el enunciado de un problema con una serie de datos, un cálculo o dadas ciertas condiciones. <ul style="list-style-type: none"> <li>● Pensá y escribí un problema que se resuelva con el cálculo <math>12 \times 4</math>.</li> <li>● Pensá y escribí un problema que se resuelva con dos cálculos.</li> </ul> </li> <li>◀ Establecer relaciones entre la pregunta de un problema y los cálculos que pueden responderla. <ul style="list-style-type: none"> <li>● ¿Cuál de las preguntas del problema puede ser respondida por este cálculo: <math>10 \times 7</math>? <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La biblioteca de la escuela guarda 10 libros en cada estante. Ayer llegó una caja con 120 libros de cuentos y sólo quedan 5 estante libres. ¿Cuántos estantes son necesarios para guardar los nuevos libros? ¿Cuántos libros caben en los estante libres?</li> </ul> </li> <li>● Indicar cuáles de estos cálculos permiten responde la pregunta del siguiente problema:  <math>80 - 7 \times 5</math>  <math>80 + 5</math>  <math>80 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7</math>  <math>80 - 5</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El personaje de un libro de Julio Verne se fue de viaje por el mundo durante 80 días. Salió el 1º de enero. Luego de 5 semanas de viaje, ¿cuántos días le faltaban para volver?</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>	<p><b>¿Cuáles son los contenidos involucrados?<sup>4</sup></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◀ <b>La comunicación en distintos lenguajes</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● La comunicación y los problemas. <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Interpretación de enunciados de problemas sencillos.</li> <li>▪ Interpretación y comunicación de información, usando distintos lenguajes.</li> <li>▪ Interpretación y comunicación de información matemática sencilla de su entorno inmediato.</li> <li>▪ Uso de escrituras aditivas.</li> <li>▪ Interpretación y enunciado de problemas</li> <li>▪ Lectura y comprensión de diversos textos.</li> <li>▪ Búsqueda de estrategias, formulación y redacción.</li> <li>▪ Argumentación y validación de las estrategias de las respuestas.</li> <li>▪ Interpretación y comunicación de información usando diversos lenguajes.</li> <li>▪ Interpretación y emisión de mensajes.</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>
---	--



- ◀ Analizar qué datos son necesarios o innecesarios para responder la pregunta.
  - Pedro es vendedor de una librería. Las cajas de 24 lápices cuestan \$8 cada una y los marcadores \$2 cada uno. ¿Cuánto cuestan 12 cajas de 24 lápices?
  - José tiene 56 años, su hermano tiene 43 y su esposa, 50. ¿Cuántos años le lleva José a su hermano?
  
- ◀ Elaborar preguntas que puedan responderse haciendo cálculos con los datos del enunciado.
  - Pensar preguntas que puedan responderse a partir de los datos del siguiente enunciado:
    - Julieta y Matías son los encargados de un supermercado. Ayer a la mañana recibieron un camión que tenía muchos cajones de frutas: 258 cajones de manzanas, y 186 cajones de bananas. A la tarde recibieron dos camiones, con 154 cajones de distintas verduras cada uno.
  
- ◀ Analizar situaciones que admitan una, ninguna o muchas soluciones.
  - Tengo \$5 y quiero gastarlos en el quiosco. ¿Cuáles de estas golosinas podría comprar? Chocolate \$2 cada uno; alfajores triples \$1,50 cada uno; pastillas \$1 el paquete; chupetín \$0,50.
  - A Matías lo mandaron a comprar 40 alfajores. Las cajas traen 2, 4, 6 ó 12 alfajores. ¿Cuáles y cuántas cajas podría comprar?

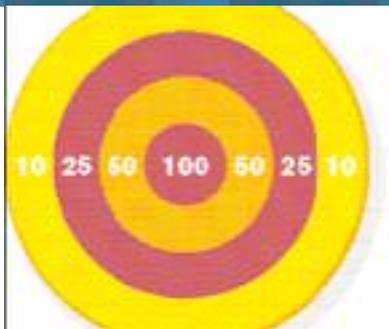
### 3. Aportes para el aula de segundo ciclo

#### Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo (versión preliminar)

En la serie Cuadernos para el Aula, se prioriza “un trabajo matemático” que implica ser competente en el “hacer matemática”. Es decir el alumno debe lograr:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutir las con los demás. Confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.
- Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.
- Producir textos con información matemática avanzando en el uso del vocabulario adecuado.

La siguiente es una propuesta de actividad, si queremos que los alumnos encuentren **distintas escrituras de un mismo número** usando sumas y multiplicaciones, podemos proponer problemas en el contexto de juegos de emboque. Siguiendo en el camino de la producción y análisis de escrituras de cálculos sugerimos problemas como los siguientes:



- Cuatro chicos jugaron al tiro al blanco y cada uno obtuvo 270 puntos. Sin embargo, no todos usaron la misma cantidad de dardos y expresaron sus puntajes de distintas formas. Completen la tabla.

	Martín	Diego	Nico	Nacho
Con palabras		1 dardo en el 100, 3 en el de 50 y 2 en el de 10		2 dardo en el 100, 1 en el de 50 y 2 en el de 10
Cuenta	$(100 + 25 + 10) \times 2$		$(5 \times 50) + (2 \times 10)$	

En la puesta en común podemos formular preguntas que inviten a la reflexión sobre las escrituras. Por ejemplo, para las cuentas podemos preguntar: ¿Qué hay que controlar para saber el número de dardos? ¿Cómo se sabe en qué regiones cayeron? *¿Están ajustados los valores de los puntajes de cada región?* Para las “traducción” de expresiones con palabras, podemos preguntar *¿Cuándo usamos la suma? ¿Y la multiplicación?*

En la escritura de Martín, podremos discutir si podría haber escrito su cuenta de otra forma. Si no surgieran alternativas, podríamos presentar  **$(100 \times 2) + (25 \times 2) + (10 \times 2)$**  es lo mismo que  **$(100 + 25 + 10) \times 2$**

La posibilidad de una u otra escritura, nos permite explicitar la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma. En el mismo contexto, podemos proponer un nuevo problema que avanza sobre las condiciones que debe cumplir la escritura de un puntaje:

- Para responder a la consigna “escribir de maneras distintas un puntaje de 150 obtenido con 6 dardos”, María Inés escribió las respuestas siguientes:
  - a)  $25 \times 6 = \dots$
  - b)  $100 \times 1 + 10 \times 5 = \dots$
  - c)  $(50 + 25) \times 2 = \dots$
  - d)  $25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 =$

e)  $10 \times 2 + 25 \times 3 + 50 =$

f)  $50 + 20 \times 5 = \dots$

Indicá cuáles de las escrituras responden a las condiciones pedidas y cuáles no, explicá por qué en cada caso.

#### 4. Curiosidades matemáticas

##### **El matemático ignorante** ( extraído de <http://rt000z8y.eresmas.net>)

En las aulas de cierta facultad de Matemáticas, nos podemos encontrar a un extraño personaje. Cierta día, me confesó que tan sólo sabía multiplicar y dividir por 2.

- A pesar de todo, me dijo, puedo multiplicar rápidamente números de dos cifras.

Le propuse que multiplicara 75 por 38.

Tomó una hoja de papel y escribió a la izquierda 75 y a la derecha 38. Luego inició sus cálculos:

- La mitad de 75 es 37, ¿no es así?

- No -le dije- es 37'5.

- De acuerdo, pero no sé trabajar con decimales, así que no los pongo.

Escribió 37 y, repitiendo el proceso, dividió por dos y obtuvo, a pesar de mis protestas, 18, 9, 4, 2 y finalmente 1.

Después multiplicó 38 por dos. El resultado, 76, lo escribió en la fila inferior. Volvió a multiplicar por dos y obtuvo 152, 304, 608, 1216 y 2432.

Al final tenía escrito,

75	38
37	76
18	152
9	304
4	608
2	1216
1	2432

Me dijo que los números pares de la columna de la izquierda no servían



de nada, así que los tachó (junto con el número que tenían a su derecha) con lo que quedó

75	38
37	76
9	304
1	2432

Sumando los números de la columna de la derecha obtuvo:  
 $38+76+304+2432=2850$ , que es el resultado correcto. Probé con otros números y también funcionaba el método.

**¿Sabrías dar una explicación matemática?**