



Aportes para la enseñanza de la Matemática de Mendoza

Queridos docentes:

Aquí estamos de nuevo, tratando de continuar el camino iniciado. No siempre se puede estar tan convencido del éxito o del fracaso pero sí en que vale la pena el esfuerzo.

Siempre esperamos seguir siendo de alguna utilidad a la hora de enfrentar el trabajo diario de enseñar matemática.

En este número apuntamos a seguir la reflexión acerca de nuestra labor y acercar material para la tarea.

Esperamos que el deseo expresado por quienes esto elaboran, esto es: el de generar espacios de reflexión y poner en contacto a los docentes con información actualizada y de nivel mundial acerca de nuestro quehacer docente en el área de Matemática vaya convirtiéndose en una realidad.

En esta cuarta edición electrónica encontraremos:

En esta segunda edición electrónica encontraremos:

1. Fragmentos de UNIVERSOS ETERNOS
2. Situación didáctica para EGB3
3. Curiosidades matemáticas
4. Bibliografía

1) Fragmentos de UNIVERSOS ETERNOS:

Analicemos el siguiente texto de Guillermo Jaim Etcheverry:

... En una época como la actual en la que la única motivación que parece legítima es la de obtener beneficios prácticos inmediatos, resulta aleccionador comprobar que quienes se interesaron durante siglos por resolver este dilema (Teorema de Fermat) no pretendían conseguir una patente o convertir un esfuerzo en dinero. Lo hicieron llevados por un simple deseo, por una pasión ingenua, infantil, hasta inocente, como señala el físico Simon Singh, autor de un cautivante relato sobre la historia del último Teorema de Fermat .

Habitualmente se destaca la importancia de la matemática para la vida diaria y para obtener beneficios económicos. Sin embargo, desde que hace 2500 años Pitágoras planteó su teorema, la humanidad ha estudiado matemática sin buscar más justificativo que la alegría de comprender las verdades profundas que se esconden en el mundo abstracto de los números. La historia de las ciencias muestra que de estas búsquedas apasionadas de las verdades hermosas y trascendentes surgen importantes aplicaciones prácticas. Por ejemplo, el encriptado que posibilitó el desarrollo actual del comercio electrónico se origina en una ecuación relacionada con los números primos, descubierta en la década del 70.

La admiración por la belleza es un rasgo común de los matemáticos, que unas veces la encuentran en la simpleza de una prueba, otras en la compleja sofisticación del edificio



conceptual que terminan por construir. Tal vez la razón más importante para aprender matemática reside en esa belleza. El desarrollo de una prueba requiere creatividad, determinación e intuición; pero, a lo largo del camino, el matemático recurre a su sentido estético para orientarse hacia la pista correcta.

Como en otros campos del conocimiento, la motivación de la matemática pura no es, pues, ni práctica ni financiera, sino más bien espiritual.

...“Un matemático, al igual que un pintor o un poeta, es un constructor de patrones, un creador de formas. Así como el pintor concreta sus ideas en colores e imágenes, un escultor lo hace en formas y volúmenes y un poeta las materializa en palabras, el matemático plasma ideas hermosas en números.

Como el matemático no tiene materiales que trabajar, sino sólo ideas, sus logros perduran más que los demás artistas” afirmaba en 1940, el británico G. H. Hardy.

...Estas reflexiones pretenden señalar que la importancia de enseñar matemática va más allá de lograr que los niños sepan hacer cálculos para desempeñarse en la vida diaria o para conseguir dinero. Con la matemática se aprende una manera de ver las cosas, de analizarlas, los números son lo de menos. El asunto es entender. Aprender a manipular esos conceptos abstractos nos permite entrever la abismal dimensión de nuestro propio misterio al advertir que cada uno de nosotros encierra dentro de sí, posibilidades infinitas de crear originales universos eternos.

Guillermo Jaim Etcheverry

2) Situación didáctica para EGB3

Nivel: **EGB 3**

Contenido: **Mediciones**

Unidades de medida

ACTIVIDAD 1

Les proponemos estimar un presupuesto para pintar las paredes del aula.

Formen un equipo de trabajo con uno o dos compañeros, para repartirse la tarea y pensar entre todos. Al final, comparen los resultados con los de otros grupos.

Tendrán que preguntarle al ferretero qué datos son necesarios para saber cuánta pintura comprar, y luego tomar las medidas en el aula, para averiguar los valores del material a utilizar. Tengan en cuenta que:

- Para pintar las paredes, se pueden usar varios tipos de pintura.
- Si usan cal, tendrán que agregar un “fijador”, que se vende por separado.
- Si usan pintura al agua o esmalte sintético, pueden decidir darle color. En ese caso, tienen que comprar además unos tubitos de colorante que se mezclan con la pintura blanca. (En el pomo o la lata de pintura blanca dice la cantidad de colorante que hay que diluir, por ejemplo, puede decir que se usa “hasta un máximo de $7,5 \text{ cm}^3$ por litro”; el máximo es para obtener un color intenso).



- A veces se pinta una franja de color más oscuro, hasta 1,20 metros de altura, con pintura lavable, para poder limpiar la pared si se mancha; en ese caso hay que preparar todo el color necesario de una vez, porque es difícil que quede el mismo color si se acabó y se vuelve a preparar. Piensen qué datos precisan averiguar para saber cuánta pintura lavable hay que preparar para pintarle esa franja al aula.
- Para saber cuántos litros de pintura son necesarios para las paredes tienen que leer cuál es el "rendimiento" de cada pintura: en la lata dice cuántos m^2 se pueden pintar, aproximadamente, con un litro de pintura, dando una sola mano (en muchas latas dice alguna cantidad entre 10 y 16 m^2 ; depende del material de la pared y de cuánto se diluya la pintura). La mayoría de las veces, se dan dos manos de pintura, la segunda, una vez que se secó la primera. Entonces necesitan calcular la medida de la superficie a pintar, restando las aberturas. Van a necesitar medir la altura del aula. En realidad, sólo se pueden hacer estimaciones, porque no se venden partes de latas de pintura, distintas personas pintan distinto, y la pintura puede rendir menos o más, recuerden además que:
 - Los distintos tamaños de latas tienen distinto precio. Traten de averiguar distintas combinaciones de tamaños, para gastar lo menos posible, y que, además, sobre lo menos posible de pintura, para no ocupar mucho lugar almacenándola.
 - Antes de pintar las paredes, hay que limpiarlas, lijarlas. Averigüen qué hay que hacer y qué más precisan comprar para agregarlo al presupuesto.
 - Hay que pensar en proteger de la pintura los marcos y los vidrios; para eso se usa papel de diarios sujeto en todo el perímetro con "cinta de enmascarar", que es una cinta adhesiva de papel.No se olviden de calcular cuántos rollos hay que comprar.
Finalmente escriban el presupuesto, detallando todos los gastos.

Para reflexionar

En las cuentas que hicieron, ¿tiene sentido calcular la superficie hasta los cm^2 , si consideran el mínimo rendimiento de la lata, o el precio?
¿Cuántos litros tiene la lata más chica? ¿Cuántos metros cuadrados rinde? ¿Cuál es la mínima precisión con que necesitan trabajar? ¿Para calcular los rollos de cinta de enmascarar, cambia la precisión requerida? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 2

Para las puertas y los marcos de las ventanas, se usa otro tipo de pintura, que es un poco más cara que la que se usa para paredes, y se vende en latas más chicas; por eso se trata de estimar con un poco más de precisión la superficie a pintar. Resten el lugar que ocupan los vidrios, y tengan en cuenta el grosor de los cantos. Agreguen también los gastos que hay que hacer si se van a barnizar (si son de madera) o pintar (si tienen estructura metálica) los pupitres y los bancos. Averigüen lo necesario y hagan otro presupuesto para pintar o barnizar marcos, puertas y bancos.

ACTIVIDAD 3

a. Para pintar el cielorraso, Cecilia y Pedro tenían que conocer el largo y el ancho del techo, pero en cambio midieron el piso del aula. ¿Sirve hacer eso? ¿Siempre?



- b.** Ellos midieron dando pasos, apoyando el talón de un pie bien pegado a la punta del otro, para no dejar espacio. Para el largo, contaron que entraba 10 veces y un poquito el zapato de Pedro. Después midieron el zapato, y les daba 18 y medio, casi 19 cm de largo. Para el ancho, Cecilia encontró que entraba menos de 17 veces el suyo, por casi medio zapato. Midió su zapato, y tenía entre 17 y 17,5 cm de largo. Con esos datos, pudieron sacar dos valores entre los cuales estaba la medida que buscaban: usando siempre la menor entre las elecciones posibles, y luego usando la mayor; ¿entre qué medidas se puede decir que están la longitud del ancho y la del largo?
- c.** La pintura al látex para cielorrasos que había en la ferretería, venía en latas de 1 litro y de 4 litros. Las latas decían que esa pintura rendía entre 10 y 12 m² por litro y por mano. Ellos quieren dar dos manos de pintura blanca, para que el aula sea más luminosa. Averiguaron que una lata grande vale casi lo mismo que 3 latas chicas. ¿Qué les aconsejarían comprar? ¿Por qué?
- d.** ¿Es bueno el método que usaron para medir, o les aconsejarían que midieran de nuevo? ¿Por qué? ¿Cómo?

ACTIVIDAD DE CIERRE

En la vida cotidiana de las personas, y en distintos oficios y profesiones, se necesitan hacer diversas estimaciones, y se usan diferentes unidades de medida, por ejemplo, el peso se mide en toneladas, kilos, gramos o miligramos, según qué se pese; la distancia entre dos lugares, o la longitud del lado de algún objeto se mide en años luz, en kilómetros, metros, centímetros y hasta en micrones, etc.

- a.** Busquen ejemplos de cosas que se miden con cada una de las unidades nombradas y expresen cada medida en otras dos unidades del mismo tipo, y compárenlas, tomando en cuenta que, en general, se busca no dar números muy chicos ni muy grandes.
- b.** Comparen sus respuestas con los compañeros y discutan con qué precisión sería necesario medir cada elemento de los ejemplos, según el uso que se le va a dar a la medición, y el "costo" o el riesgo que suponen que causaría un error de medición.

3) Curiosidades matemáticas

Los tres 2

Con seguridad todos deben saber cómo se escriben tres cifras para que se alcancen con ellas su máximo valor. Por ejemplo elevar 9 a la 9 y nuevamente a la 9 (potencia de potencia) da como resultado un número tan grande que es imposible encontrar con qué compararlo. El número de electrones que forman el Universo visible es una insignificancia respecto a este número....

...Véase la forma de alcanzar el número más alto con tres 2 sin utilizar signo .

...haga lo mismo pero con tres 3

...Realice el mismo tipo de ensayo con tres 4

Extraído de "Algebra recreativa" de Y. Perelman



Solución Curiosidades Matemáticas N°3:

Habíamos planteado el tema de la racionalidad del número $0,\hat{9}$. Cuando pasamos este número a su expresión fraccionaria nos encontramos con:

$$\frac{9}{9}$$

¿Pero es esto un número racional periódico?. ¿Acaso no es el entero 1?.

Todo número que posee una escritura decimal limitada (esto es, todo número decimal), posee además infinitas escrituras decimales limitadas y dos escrituras decimales ilimitadas; una de ellas, la que se obtiene utilizando el cero como período y la otra cambiando por $n - 1$ la última cifra significativa "n" de la escritura limitada seguida del nueve como período.

$$1,000000... = 1 \text{ y } 0,999999... = 1$$

probemos que $0,9999... = 1$

$$\begin{aligned} 0,999... &= 0 + 9/10 + 9/100 + 9/1000 + ... \\ &= 9/10 (1 + 1/10 + 1/100 + 1/1000 + ...) \end{aligned}$$

Llamemos x al paréntesis $(1 + 1/10 + 1/100 + 1/1000 + ...)$

$$\begin{aligned} x &= 1 + (1/10) x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 10 x &= 10 + x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow [9 x = 10] &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= 10/9 ; \end{aligned}$$

$$0,999... = 9/10 \cdot 10/9 = 1$$

Para saber más...

Una ventaja de las fracciones decimales es la facilidad de escritura, que se traducirá en una simplificación de los algoritmos de cálculo. Pero la importancia de las fracciones decimales y, por tanto, de los números decimales que representan se extiende a los otros números racionales e incluso a los irracionales. Podemos convertir una fracción decimal en escritura decimal haciendo la división del numerador entre el denominador y obtenemos una escritura que nos resulta muy cómoda. Así: $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$, etc. Pero si intentamos aplicar el mismo procedimiento al número racional $\frac{1}{3}$ nos encontramos con que la división no se termina nunca, siempre queda un resto. La fracción $\frac{1}{3}$, por tanto, no tiene escritura decimal finita. Ya sabemos que $\frac{1}{3}$ no es un número decimal. Pero ¿qué significa la escritura ilimitada $0,3333...$ que obtenemos al hacer el cociente de 1 entre 3?

Si consideramos la sucesión de números decimales: $0,3 ; 0,33 ; 0,333 ; 0,3333 ; ...$ vemos que esta sucesión está relacionada con la fracción $\frac{1}{3}$ porque cada término de la sucesión es un cociente aproximado de la división $1 : 3$.

Si tomamos $0,3$ como valor de $\frac{1}{3}$, cometemos un error que es igual a: $\frac{1}{3} - 0,3 = \frac{1}{30}$.

Si tomamos $0,33$ como valor de $\frac{1}{3}$, cometemos un error que es igual a: $\frac{1}{3} - 0,33 = \frac{1}{300}$.

En este caso cometemos un error inferior, porque $\frac{1}{300} < \frac{1}{30}$.



Si continuamos el proceso veremos que aunque no existe una escritura decimal limitada del número $1/3$ podemos aproximarnos a su valor tanto como queramos tomando tantas cifras decimales como exija la precisión deseada: $0,33$ está más próximo de $1/3$ que $0,3$; $0,333$ está más próximo que $0,33$; y así sucesivamente.

Decimos que la sucesión $0,3; 0,33; 0,333 \dots$ tiene "como límite $1/3$ ", cuando el número de términos "tiende a infinito" para significar que la diferencia entre $1/3$ y un término de la sucesión puede hacerse tan pequeña como queramos (basta con alejarnos suficientemente tomando un mayor número de cifras). Si por ejemplo quisiéramos dar el valor de $1/3$ con un error inferior a 10^{-7} , tendríamos que tomar el decimal $0,3333333$; y sabemos que los infinitos términos restantes de la sucesión están en el intervalo $[0,3333333, 1/3]$. Esto es lo que entendemos cuando decimos que la escritura decimal ilimitada $0,333\dots$, representa el número $1/3$.

En general, un decimal ilimitado – o una escritura decimal ilimitada – representa un número racional si el límite de la sucesión de decimales limitados – obtenidos tomando cada vez más cifras después de la coma – es ese número, cuando el número de términos de la sucesión tiende a infinito.¹

Nos vemos en la próxima.....

Esperamos sugerencias y reflexiones con respecto a este número.

Revista Mendom@tic@

Mendomatica@mendoza.edu.ar

www.mendomatica.mendoza.edu.ar

4) Bibliografía



Alsina, Claudi Una Matemática Feliz y otras Conferencias, (1195) Editorial Red Olímpica, Buenos Aires.



Universidad Nacional de Quilmes. Licenciatura en Educación.



Chemello, G., Díaz, A., Diñeiro, M. T. y otros. (1996). Matemática, metodología de la enseñanza, Partes I y II, Programa PROCENCIA de CONICET, Buenos Aires, Conicet.



Chemello, G., Díaz, A., Diñeiro, M. T. y otros. (1997). Matemática, modelos didácticos, Programa PROCENCIA de CONICET, Buenos Aires, Conicet.

¹ Extraído de Julia Centeno Pérez. "Números Decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?". España. Editorial Síntesis. 1988.



 Chemello, G., y otros. (1997). Los CBC y la Enseñanza de la Matemática. Bs As. AZ Editora.

 Collado, L; del Campo, E . Documento Curricular área Matemática para EGB 2 DGE- 2002- Mendoza

 Collado, L; del Campo, E. Compendio de material para capacitación en EGB – área Matemática- DGE- 2003. Mendoza

 Corso, L. y La Menza, A. (1992). La Matemática del Conflicto al Diálogo. Reflexiones sobre su enseñanza como hecho comunicativo en el Tercer Ciclo de la EGB. Ed. Aique

 Guzmán R, I. Apuntes de Didáctica de la Matemática. Curso de Magíster en Enseñanza de las Ciencias con mención en Didáctica de la Matemática- Universidad Católica de Valparaíso- 1999- Chile

 Jorba, J., Sanmartí, N. (1994). Enseñar, Aprender y Evaluar: Un proceso de Regulación Continua. Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemática. Barcelona

 Macnab, D., Cummine, J. (1992). La Enseñanza de las Matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad. Ed. Visor.

 Miller, C. Matemática: Razonamiento y aplicaciones. Editorial Addison Wesley Longman- 1999- México

 Parra C. Y Saiz, I. (1994). Didáctica de la Matemática, aportes y reflexiones. Buenos Aires. Paidós.

 Santaló, L. La Geometría en la formación de profesores- Red Olímpica- 1993- BsAs

Páginas web: www.educ.ar

www.mineduc.cl