REVISTA MENDOM@TIC@
Año 2 - Número 7 - Marzo de 2006

Aportes para la enseñanza de la Matemática de Mendoza

"La Matemática no es una marcha cuidadosa a lo largo de una autopista bien señalada sino una travesía al interior de una extraña jungla donde los exploradores se pierden con frecuencia."

— W. S. Anglin

Amigos docentes:

¿Cómo empezar un nuevo año?, sería la pregunta de rigor. No tenemos respuestas completas, ni siquiera podríamos ensayar "soluciones" a seguros futuros problemas, sólo podemos ofrecerles el acompañamiento que los amigos pueden dar.

Se podrá decir que usar la palabra "amigo" es demasiado, puede ser, pero a veces, hay desconocidos que comparten algunas ilusiones con nosotros y podríamos llamarlos nuestros "amigos desconocidos".

No sabemos que nos depara el año pero tal vez sería interesante apostar, como hizo Pascal, a que las probabilidades de que sea un buen año son mayores a que no lo sea. Apostar siempre es riesgoso, pero no por nada hay tantos jugadores en el mundo a pesar de que las probabilidades favorecen siempre al casino, ¿no?.

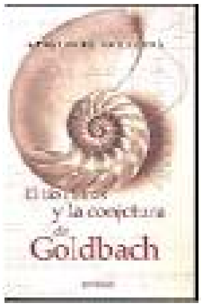
Muy buen comienzo del año!!!!

En esta séptima edición electrónica presentamos el siguiente material recolectado:

1. **Los estudios matemáticos**
2. **Situación didáctica para Polimodal**
3. **Curiosidades matemáticas**
4. **Humor matemático**
5. **Bibliografía**

REVISTA
MENDOM@TIC@
Año 2 - Número 7 - Marzo de 2006

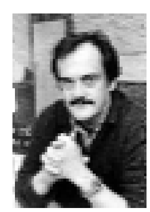
Los estudios matemáticos



Fragmento del libro "El tío Petros y la conjetura de Goldbach": Empecé a ver a los grandes artífices de la Reina de la Ciencias como polillas atraídas por una luz cruel, brillante pero abrasadora y feroz. Algunos no pudieron resistir por mucho tiempo, como Pascal y Newton, que cambiaron las matemáticas por la teología. Otros escogieron maneras de huir peligrosas e improvisadas: lo primero que me viene a la memoria es el temerario arrojo de Evariste Galois, que lo condujo a la muerte. Finalmente, algunas mentes prodigiosas enloquecieron. Georg Cantor, el padre de la teoría de conjuntos, pasó los últimos años de su vida en un manicomio. Ramanujan, Hardy, Turing, Gödel y tantos otros fueron polillas locamente enamoradas de la luz brillante; se acercaron demasiado, se les quemaron las alas y cayeron muertos.

Poco después llegué a la conclusión de que aun en el caso de que poseyera el gran don de esos hombres (algo en lo cual había empezado a dudar), no deseaba padecer su suplicio personal.

Por lo tanto, entre la mediocridad por una parte y la locura por la otra, decidí abandonar el barco (mis estudios de matemática). Aunque en junio obtuve mi licenciatura en Matemáticas, ya había solicitado plaza en la facultad de Económicas, un medio que no suele ser campo de cultivo de tragedias.
Sin embargo, debo añadir que nunca me he arrepentido de los años en que albergué la esperanza de convertirme en matemático. Aprender matemáticas de verdad, incluso la pequeña porción que yo aprendí, ha sido la más valiosa lección de mi vida. Es obvio que uno no necesita conocer el sistema axiomático de Peano – Dedekind para afrontar los problemas cotidianos, y el dominio de la clasificación de grupos finitos simples no es una garantía de éxito en los negocios; pero el profano en la materia no puede ni imaginar el placer del que se le ha privado. La amalgama de Verdad y Belleza revelada mediante la comprensión de un teorema importante no puede obtenerse mediante ninguna otra actividad humana, a menos que también la proporcione la mística (no estoy en condiciones de saberlo). Aunque mi formación en esta esfera fue escasa y sólo equivalió a mojarme los dedos de los pies en la orilla del inmenso mar de las matemáticas, marcó mi vida para siempre permitiéndome vislumbrar un mundo superior. Sí; hizo que la existencia del Ideal fuera más creíble, casi tangible.



Apóstolos Doxiadis
http://www.apostolosdoxiadis.com/page/

Comentarios sobre el libro:
http://www.archivodenessus.com/rese/0203/

REVISTA MENDOM@TIC@
Año 2 - Número 7 - Marzo de 2006

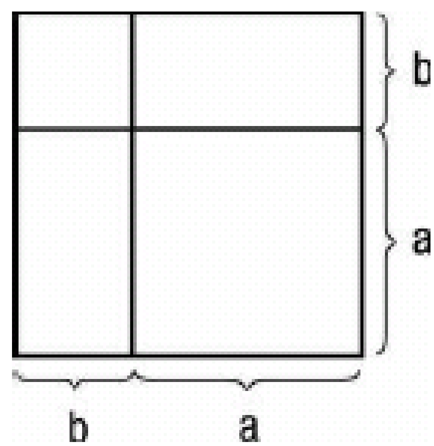
Situación didáctica para Polimodal

Propuesta extraída del cuadernillo: POLIMODAL. **PARA SEGUIR APRENDIENDO**. Material para el alumno. **MATEMÁTICA**. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Educación Básica. Unidad de Recursos Didácticos. Buenos Aires, Argentina. Mayo de 2001.
http://www.me.gov.ar/curriform/servicios/unidad/aprender/cuadern/alumno/matepoli.pdf

Expresiones algebraicas

ACTIVIDAD 1

Podemos asociar algunas expresiones algebraicas con el cálculo de áreas de figuras geométricas. Por ejemplo, tenemos un cuadrado de lado "a + b" (piensen que a y b son dos números reales cualesquiera), dividido de la siguiente forma: podemos calcular el área total como si no estuviera dividido, o sumar las áreas parciales de cada una de las regiones.

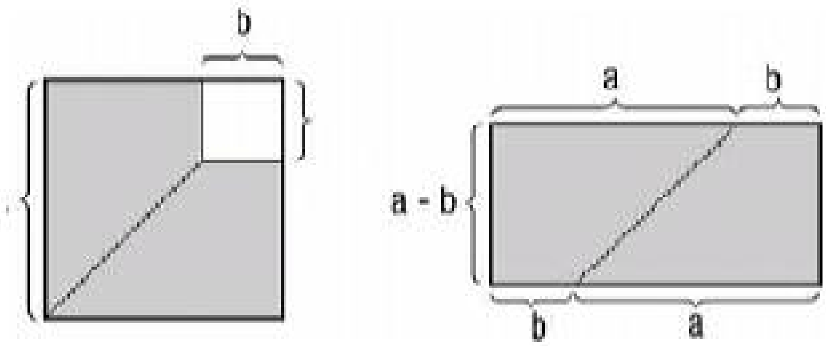


a. ¿Cuáles de las siguientes igualdades pueden relacionarse con el gráfico? Para los casos que seleccionen indiquen si las igualdades son verdaderas o no, y justifiquen.
i. $4(a + b) = a^2 + b^2$
ii. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
iii. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + a^2b^2$
iv. $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$

b. Si a o b es un número negativo, ya no puede representar una longitud; es decir, la representación geométrica no es adecuada. Prueben, reemplazando a y b varias veces por valores positivos y
negativos, si se verifican para valores negativos las igualdades que seleccionaron.

ACTIVIDAD 2
A partir del siguiente gráfico, en el que la segunda figura se formó reordenando 2 de las piezas incluidas en el cuadrado de lado a, se puede dar una justificación geométrica de la identidad:

$$a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$$



a. Expliquen a qué figura hace referencia cada miembro de la igualdad.
b. Analicen si la igualdad se cumple para cualquier elección de a y b, o sólo para algunas. Escriban cómo lo pensaron.

ACTIVIDAD 3

Encuentren una justificación geométrica para la identidad:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Pista: ¿Cómo se representa o se halla gráficamente la diferencia entre dos segmentos? Además de considerar a y b positivos, por usarlos como longitudes, ¿qué relación deben verificar a y b?

Para reflexionar

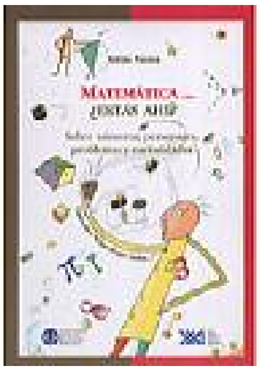
La expresión $(a + b)^2$ puede calcularse con el producto $(a + b).(a + b)$. ¿Es esto válido para cualquier par de números a y b?

- ¿Cómo deben hacer para expresar como producto de dos factores la expresión $a^2 + 2ab + b^2$?
- ¿Qué pueden decir de las otras expresiones?
- Estas justificaciones geométricas no sirven para probar las igualdades para todo número real. ¿Por qué?

¿Cómo pueden hacer en los casos anteriores para probar estas identidades para todo número real?

Curiosidades matemáticas

Curiosidad Nº 7: Hotel de Hilbert



Extraído de "**MATEMÁTICA… ¿ESTÁS AHÍ?**
Sobre números, personajes, problemas y curiosidades"

Colección: " CIENCIA QUE LADRA ... "

Los conjuntos infinitos tienen siempre un costado atractivo: atentan contra la intuición. Supongamos que hubiera un número infinito de personas en el mundo. Y supongamos también que hay un hotel, en una ciudad, que contiene infinitas habitaciones.

Estas habitaciones están numeradas, y a cada una le corresponde un número natural. Así entonces, la primera lleva el número 1, la segunda el 2, la tercera el 3, etcétera. Es decir: en la puerta de cada habitación hay una placa con un número, que sirve de identificación. Ahora, supongamos que *todas* las habitaciones están ocupadas y sólo por una persona. En un momento determinado, llega al hotel un señor con cara de muy cansado. Es tarde en la noche y todo lo que este hombre espera es terminar rápido con el papelerío para irse a descansar. Cuando el empleado de la recepción le dice: "lamentablemente no tenemos ninguna habitación disponible ya que *todas* las habitaciones están ocupadas", el recién llegado no lo puede creer. Y le pregunta:
—Pero cómo… ¿No tienen ustedes *infinitas* habitaciones?
—Sí —responde el empleado del hotel.
—Entonces, ¿cómo me dice que no le quedan habitaciones disponibles?
—Y sí, señor. Están todas ocupadas.
—Vea. Lo que me está contestando no tiene sentido. Si usted no tiene la solución al problema, lo ayudo yo.

Y aquí conviene que ustedes piensen la respuesta. ¿Puede ser correcta la respuesta del conserje "no hay más lugar", si el hotel tiene infinitas habitaciones? ¿Se les ocurre alguna solución?

Aquí va:
—Vea —continuó el pasajero—. Llame al señor de la habitación que tiene el número 1 y dígale que pase a la que tiene el 2. A la persona que está en la habitación 2, que vaya a la del 3. A la del 3, que pase a la del 4. Y así siguiendo. De esta forma, toda persona seguirá teniendo una habitación, que "no compartirá" con nadie (tal como era antes), pero con la diferencia de que ahora quedará una habitación libre: la número 1.
El conserje lo miró incrédulo, pero comprendió lo que le decía el pasajero. Y el problema se solucionó.

Ahora bien, algunos problemas más:

a) Si en lugar de llegar un pasajero, llegan dos, ¿qué sucede? ¿Tiene solución el problema?
b) ¿Y si en lugar de dos, llegan cien?
c) ¿Cómo se puede resolver el problema si llegan *n* pasajeros inesperadamente durante la noche (donde *n* es un número cualquiera). ¿Siempre tiene solución el problema independientemente del número de personas que aparezcan buscando una pieza para dormir?
d) ¿Y si llegaran *infinitas* personas? ¿Qué pasaría en ese caso?

Adrián Paenza
http://www.sigloxxieditores.com.ar/fichaAutor.php?idAutor=1092

Comentarios sobre el libro:
http://weblog.mendoza.edu.ar/info_mate/archives/008184.html

Comentarios sobre la Curiosidad 6

Cuando en la situación 6 nos referimos a "reglas para actuar", nos pareció interesante provocar una reflexión acerca de afirmaciones que son de uso común a la hora de enseñar Matemática. Bien sabemos que no agotan todas las reglas que a veces usamos, pues no era nuestra intención rescatar todas, sino más bien, preguntarnos por algunas de ellas. Pensemos en cada una de ellas:

1. Sólo se puede dividir a por b si a es más grande que b.
[Regla válida cuando estamos trabajando en el conjunto de los números naturales, con la salvedad de que a sea múltiplo de b y haciendo una minuciosa reflexión sobre los signos y su significado.]
2. Sólo se puede restar a de b si a es más pequeño que b
[Regla válida en el conjunto de números naturales]
3. Cuando se dividen dos números, el resultado es más chico que alguno de esos números.
[Esta regla no es válida en general, pensemos en 0,5 : 0,5]
4. Cuando se suman dos números, la suma es más grande que cada uno de esos dos números.
[Regla válida en el conjunto de números naturales]
5. Para plantear una suma en columna, se alinean las cifras de derecha a izquierda.
[Regla referida sólo al algoritmo de la suma, la calculadora no necesita de tal regla ni tampoco lo requiere el "significado de la operación"]
6. **Cuando calculo la raíz de un número el resultado es más chico que ese número.**
[Regla referida sólo al conjunto de números naturales]

Humor Matemático

Texto publicado en numerosos sitios de Internet, extraído de la revista de la ETS de Ingenieros Industriales de Madrid (aproximadamente de los años 90). Firmado: "La jaca jacobiana".

ROMANCE DE LA DERIVADA Y EL ARCOTANGENTE

Veraneaba una derivada enésima en un pequeño chalet situado en la recta del infinito del plano de Gauss, cuando conoció a un arcotangente simpatiquísimo y de espléndida representación gráfica, que además pertenecía a una de las mejores familias trigonométricas.
Enseguida notaron que tenían propiedades comunes.
Un día, en casa de una parábola que había ido a pasar allí una temporada con sus ramas alejadas, se encontraron en un punto aislado de ambiente muy íntimo. Se dieron cuenta de que convergían hacia límites cuya diferencia era tan pequeña como se quisiera. Había nacido un romance. Acaramelados en un entorno de radio épsilon, se dijeron mil teoremas de amor.
Cuando el verano pasó, y las parábolas habían vuelto al origen, la derivada y el arcotangente eran novios. Entonces empezaron los largos paseos por las asíntotas siempre unidos por un punto común, los interminables desarrollos en serie bajo los conoides llorones del lago, las innumerables sesiones de proyección ortogonal.
Hasta fueron al circo, donde vieron a una troupe de funciones logarítmicas dar saltos infinitos en sus discontinuidades. En fin, lo que eternamente hacían los novios.
Durante un baile organizado por unas cartesianas, primas del arcotangente, la pareja pudo tener el mismo radio de curvatura en varios puntos. Las series melódicas eran de ritmos uniformemente crecientes y la pareja giraba entrelazada alrededor de un mismo punto doble. Del amor había nacido la pasión. Enamorados locamente, sus gráficas coincidían en más y más puntos.
Con el beneficio de las ventas de unas fincas que tenía en el campo complejo, el arcotangente compró un recinto cerrado en el plano de Riemann. En la decoración se gastó hasta el último infinitésimo. Adornó las paredes con unas tablas de potencias de "e" preciosas, puso varios cuartos de divisiones del término independiente que costaron una burrada.
Empapeló las habitaciones con las gráficas de las funciones más conocidas, y puso varios paraboloides de revolución chinos de los que surgían desarrollos tangenciales en flor. Y Bernouilli le prestó su lemniscata para adornar su salón durante los primeros días. Cuando todo estuvo preparado, el arcotangente se trasladó al punto impropio y contempló satisfecho su dominio de existencia.
Varios días después fue en busca de la derivada de orden n y cuando llevaban un rato charlando de variables arbitrarias, le espetó, sin mas:

- Por que no vamos a tomar unos neperianos a mi apartamento? De paso lo conocerás, ha quedado monísimo.

Ella, que le quedaba muy poco para anularse, tras una breve discusión del resultado, aceptó.
El novio le enseño su dominio y quedó integrada. Los neperianos y una música armónica simple, hicieron que entre sus puntos existiera una correspondencia unívoca. Unidos así, miraron al espacio euclídeo. Los astroides rutilaban en la bóveda de Viviany... Eran felices!

- No sientes calor? - dijo ella
- Yo sí. Y tú?
- Yo también.
- Ponte en forma canónica, estarás mas cómoda.

Entonces él le fue quitando constantes. Después de artificiosas operaciones la puso en paramétricas racionales...

- Qué haces? Me da vergüenza... - dijo ella
- Te amo, yo estoy inverso por tí...! Déjame besarte la ordenada en el origen...! No seas cruel...! ven...! Dividamos por un momento la nomenclatura ordinaria y tendamos juntos hacia el infinito...

Él le acarició sus máximos y sus mínimos y ella se sintió descomponer en fracciones simples.

(Las siguientes operaciones quedan a la interpretación del lector)

Al cabo de algún tiempo la derivada enésima perdió su periodicidad.

Posteriores análisis algebraicos demostraron que su variable había quedado incrementada y su matriz era distinta de cero.

Ella le confesó a él, saliéndole los colores:

- Voy a ser primitiva de otra función.

El respondió:

- Podríamos eliminar el parámetro elevando al cuadrado y restando.
- Eso es que ya no me quieres!
- No seas irracional, claro que te quiero. Nuestras ecuaciones formarán una superficie cerrada, confía en mi.

La boda se preparó en un tiempo diferencial de t, para no dar que hablar en el círculo de los 9 puntos.

Los padrinos fueron el padre de la novia, un polinomio lineal de exponente entero, y la madre del novio, una asiroide de noble asíntota.

La novia lucía coordenadas cilíndricas de Satung y velo de puntos imaginarios.

Ofició la ceremonia Cayley, auxiliado por Pascal y el nuncio S.S. monseñor Ricatti.

Hoy día el arcotangente tiene un buen puesto en una fábrica de series de Fourier, y ella cuida en casa de 5 lindos términos de menor grado, producto cartesiano de su amor.

Nos vemos en la próxima.......

Bibliografía

Universidad Nacional de Quilmes. Licenciatura en Educación.

Chemello, G., Díaz, A., Diñeiro, M. T. y otros. (1996). Matemática, metodología de la enseñanza, Partes I y II, Programa PROCIENCIA de CONICET, Bs. As., Conicet.

Chemello, G., Díaz, A., Diñeiro, M. T. y otros. (1997). Matemática, modelos didácticos, Programa PROCIENCIA de CONICET, Bs. As., Conicet.

Chemello, G., y otros. (1997). Los CBC y la Enseñanza de la Matemática. Bs As. AZ Editora.

Collado, L; del Campo, E . Doc. Curricular área Matemática para EGB 2 DGE- 2002- Mendoza

Collado, L; del Campo, E. Compendio de material para capacitación en EGB – área Matemática- DGE- 2003. Mendoza

Corso, L. y La Menza, A. (1992). La Matemática del Conflicto al Diálogo. Reflexiones sobre su enseñanza como hecho comunicativo en el Tercer Ciclo de la EGB. Ed. Aique

Guzmán R, I. Apuntes de Didáctica de la Matemática. Curso de Magíster en Enseñanza de las Ciencias con mención en Didáctica de la Matemática- Universidad Católica de Valparaíso- 1999- Chile

Jorba, J., Sanmartí, N. (1994). Enseñar, Aprender y Evaluar: Un proceso de Regulación Continua. Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemática. Barcelona

Macnab, D., Cummine, J. (1992). La Enseñanza de las Matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad. Ed. Visor.

Miller, C. Matemática: Razonamiento y aplicaciones. Editorial Addison Wesley Longman- 1999- México

Parra C. Y Saiz, I. (1994). Didáctica de la Matemática, aportes y reflexiones. Buenos Aires. Paidós.

Santaló, L. La Geometría en la formación de profesores- Red Olímpica- 1993- BsAs

Y. Perelman . Algebra recreativa

Páginas web: www.educ.ar Sitio educativo del Estado Argentino

www.mineduc.cl Ministerio de Educación de Chile