y Predecir

¿Qué cambia? y ¿cómo cambia? Para saber qué pasó o pasará

Matemática para la vida

NIVEL SECUNDARIO

Plan Nacional
Aprender Matemática

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

Presidente de la Nación
Mauricio Macri

Jefe de Gabinete de Ministros
Marcos Peña

Ministro de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Alejandro Finocchiaro

Secretario de Gobierno de Cultura
Pablo Avelluto

Secretario de Gobierno de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva
Lino Barañao

Titular de la Unidad de Coordinación General
del Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Manuel Vidal

Secretaria de Innovación y Calidad Educativa
Mercedes Miguel

Predecir

¿Qué cambia? y ¿cómo cambia? Para saber qué pasó o pasará

VERSIÓN PRELIMINAR

Matemática para la vida

NIVEL SECUNDARIO

Plan Nacional
Aprender Matemática

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

Secretaria de Innovación y Calidad Educativa
Mercedes Miguel

Directora Nacional de Planeamiento de Políticas Educativas
Inés Cruzalegui

Director de Diseño de Aprendizajes
Hugo Labate

Desarrollo de contenido: Equipo del Programa Interdisciplinario para el Desarrollo Profesional Docente en Matemáticas (PIDPDM) del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. Coordinadora: Daniela Reyes. Diseño: Ricardo Cantoral, Rebeca Flores, Guadalupe Simón, Mario Caballero, Angélica Moreno, Rodolfo Fallas, Cristian Paredes, Moisés Aguilar, Viridiana García. Revisión: Luis Cabrera
Revisión técnica: Equipo de Matemática de la Dirección de Diseño de Aprendizajes

Plan Nacional de Lectura y Escritura / Coordinación de Materiales Educativos
Coordinadora: Alicia Serrano
Responsable de publicaciones: Gonzalo Blanco
Documentación gráfica: Javier Rodríguez
Diseño, armado y diagramación: Clara Batista, Juan De Tullio, Alejandra Mosconi, Mario Pesci, Paula Salvatierra, Elizabeth Sánchez
Producción de gráficos: Fabián Ledesma
Fotografía: Gastón Garino, Santiago Radosevich
Edición y corrección: Viviana Herrero, Myriam Ladcani, Daniela Parada, Jennifer Pochne
Ilustraciones: Mariano Pais
Cartografía: José Pais

ISBN en trámite

PRESENTACIÓN

Bienvenidos a una etapa de trabajo compartido que nos permitirá abordar la necesidad de construir aprendizajes significativos para la vida de todos y cada uno de nuestros niños, niñas y adolescentes a lo largo de su escolaridad. Porque sabemos que viven en una sociedad donde el conocimiento es y será cada vez más la base sólida sobre la que construirán su futuro.

Nos une el objetivo de lograr que cada estudiante que ingresa al sistema educativo pueda llegar al día de su egreso con los saberes fundamentales para el futuro que lo espera.

El **Plan Nacional Aprender Matemática** es el resultado del consenso y compromiso logrado entre todos los ministros y ministras en el seno del Consejo Federal de Educación. Allí se asumió la responsabilidad de mejorar el nivel de enseñanza y aprendizaje de la matemática a lo largo de todo el país, reconociendo su trascendental importancia en la formación integral de los niños, niñas y jóvenes y en sus oportunidades de acceso a los estudios superiores y al mundo laboral.

Una de las dimensiones más importantes del plan es la formación docente continua orientada a la búsqueda de la transformación y la mejora de la práctica de la enseñanza. Es por ello que este cuadernillo presenta una estrategia alternativa para llevar a las aulas, que los docentes podrán utilizar como insumo para enriquecer su tarea cotidiana.

Este abordaje de la formación continua implica asimismo el acompañamiento en el proceso de mejora, y la elaboración de redes de aprendizaje colaborativo entre los docentes. De este modo, se busca generar un conocimiento sobre la matemática educativa basado en el trabajo entre pares, sostenible y efectivo.

Confiamos en la potencia del hacer juntos y en la visión común de los ministros y ministras que abrieron camino a esta iniciativa. Estamos seguros de que servirá para compartir las buenas prácticas, potenciar las mejores experiencias y asumir la hermosa tarea de ser agentes de cambio en nuestra querida Argentina.

Alejandro Finocchiaro
Ministro de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN **7**

Funciones, representación gráfica y algebraica en el segundo ciclo de la Educación Secundaria 8

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE **8**

Estructura general: ¿qué se propone? 9

FUNDAMENTO TEÓRICO Y EXPLICACIONES DIDÁCTICAS **11**

Fundamento teórico de las situaciones de aprendizaje 11
Explicaciones didácticas de las situaciones de aprendizaje 15

Situación de aprendizaje: Vos, él y ellos. ¿Quién es más alto? 15
Etapa factual: Tarea 1. ¿Cómo describís la altura de tus compañeras/os de clase? 15
Etapa procedimental: Tarea 2. ¿Cómo organizar información de la altura de mis compañeros? 17
Etapa simbólica: Tarea 3. ¿Cómo cambia mi altura conforme pasan los años? 18

Situación de aprendizaje: ¿Sabés cuántas kilocalorías consumís? 20
Etapa factual: Tarea 1. ¿Sabés cuántas kilocalorías ingerís durante el día? 20
Etapa procedimental: Tarea 2. Estudiando y comparando con tu compañero 21
Etapa simbólica: Tarea 3. Entre kilocalorías que consumimos y otras que quemamos 22

CÓMO EVALUAR LOS PROCESOS DE LA PRODUCCIÓN DE LOS ESTUDIANTES **25**

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS **29**

ANEXO **31**

(La paginación de este anexo corresponde a la del material del alumno.)

INTRODUCCIÓN

Funciones, representación gráfica y algebraica en el segundo ciclo de la Educación Secundaria

Durante el **ciclo básico de la Educación Secundaria**, se busca el acercamiento de las/os estudiantes a diversas situaciones de enseñanza que promuevan su participación en problemas relevantes para la vida. Para facilitar el logro de este fin, el Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología ha propuesto un conjunto de saberes primordiales: los *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios* (NAP) que, recientemente, ha completado con los *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios* (IPAP) que son formulaciones que expresan los aprendizajes prioritarios mínimos que se espera que puedan lograr los/as estudiantes. En este cuadernillo, particularmente, se trabajará con los siguientes NAP e IPAP:

NÚCLEOS DE APRENDIZAJES PRIORITARIOS (NAP) El uso de relaciones entre variables en situaciones problemáticas que requieran:	AÑO	INDICADORES DE PROGRESIÓN DE LOS APRENDIZAJES PRIORITARIOS (IPAP)
Interpretar relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas en diversos contextos (regularidades numéricas, proporcionalidad directa e inversa, etc.).	1º / 2º	Leer, interpretar y comunicar relaciones entre variables en distintas representaciones (tablas, gráficos, formulas) y diversos contextos.
Modelizar variaciones uniformes y ex-presarlas eligiendo la representación más adecuada a la situación.		

Para que las/os estudiantes reconozcan la funcionalidad y transversalidad de la matemática en el desarrollo de argumentos y en la toma de decisiones, es necesario que el significado del conocimiento matemático refiera al valor de uso (Cantoral Uriza, 2013; 2016). Sobre la base de esta afirmación se sustenta la reflexión acerca del objeto matemático puesto a discusión en esta interacción.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Estructura general: ¿qué se propone?

El aprendizaje de los/as estudiantes, desde el punto de vista de la propuesta socioepistemológica, es el producto emergente de una dialéctica de construcción social del conocimiento, que parte de lo factual, articula a lo procedimental y se consolida en un nivel simbólico. Es decir, todo objeto matemático tiene un origen y una significación amplia que se apoya en prácticas, cada vez más complejas y estructuradas.

Sobre la base de la investigación, se propone un material para la construcción de conocimientos específicos. La propuesta didáctica se vivencia *in situ*, con el fin de identificar posibles respuestas y hacer explícitos los aspectos de la resignificación progresiva, la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico y la funcionalidad del conocimiento.

El objetivo que se persigue en esta propuesta es desarrollar situaciones de aprendizaje que cuestionen la matemática escolar, la cual lleva a transitar hacia el saber matemático escolar, para acercarse en cambio a contextos situacionales reales (no ficticios, es decir, fuera del contexto de las/os estudiantes) y hacia contextos de significancia basados en una evolución pragmática, que permitan aprovechar las prácticas del actuar de las personas y que, estas a su vez, posibiliten significar el uso de la noción que se aborda en este cuadernillo: la de *funciones*. Para ello se considera la importancia de las prácticas socialmente compartidas, como la visualización, la comparación, la estimación, la inferencia y la toma de decisiones en la interpretación de los gráficos de funciones, con el fin de acompañar la construcción del objeto matemático, superando la mecanización de aquellos contenidos previos que se consideran para abordar un tema.

A través de esta propuesta se pretende organizar el conocimiento en espiral, es decir, desde la anidación de prácticas, partiendo de las acciones (el hacer) y la organización de acciones a nivel actividad hasta la simbología, partiendo del entorno de quien aprende.

El tema que se aborda requiere considerar variables de control que estructuren las etapas factual, procedimental y simbólica, así como:

- La generación de una lectura y de una interpretación de las relaciones *mayor que/menor que* para identificar y cuantificar magnitudes de diferente valor.
- El desarrollo de estrategias y formas de análisis de las relaciones de orden en un gráfico.
- El establecimiento de momentos que consistan en localizar, comparar, equilibrar y medir las cantidades en los gráficos.

Es fundamental aclarar que, si bien la lectura e interpretación de las relaciones *mayor que/menor que* es un contenido que se trabaja en el nivel primario y, en ese sentido, es muy probable que los/as estudiantes del nivel secundario ya hayan desarrollado ese conocimiento, es importante considerar que la situación parta de él. Esto se debe a que la lectura de gráficos, como ya se mencionó anteriormente, requiere construir un lenguaje y una operatividad que lleva al reconocimiento de valores mayores o menores que otros desde el propio gráfico, así como también estrategias que permitan identificar intervalos de mayor o menor crecimiento.

Por lo tanto, en esta propuesta se parte de un lenguaje común que las/os estudiantes ya han desarrollado y se lo hace evolucionar hacia un lenguaje especializado para la lectura y la interpretación de gráficos. Estas ideas previas son desarrolladas hacia el estudio y la interpretación de gráficos de funciones, bajo algún contexto situacional con base en el lenguaje trabajado previamente.

➔ Etapa factual

En la etapa factual, la actividad de las/os estudiantes es orientada hacia la identificación de magnitudes, de manera tal que deban asociar y comparar diferentes valores. Al mismo tiempo, se introducen expresiones con significado concreto para indicar cómo es el valor de una magnitud en relación con otra: "mayor que", "menor que", "más grande", "más pequeño", "menos grande", "por encima", "por abajo", "no alcanza", "sobrepasa", entre otras. Lo anterior conforma un antecedente y una base a partir de la cual se generan procedimientos y notaciones con sentido que, por supuesto, preceden a una etapa simbólica en la que se sintetizan o encapsulan los conceptos y los procedimientos desde el gráfico.

➔ Etapa procedimental

En esta etapa, la actividad de las/os estudiantes hace foco en la construcción de argumentos comparativos a partir de los cuales se puedan estudiar los datos que se presentan en tablas o en puntos de un plano.

La intención que se persigue es que los criterios que los/as estudiantes construyan sean el sustento de los métodos y las estrategias necesarias para abstraer información de un gráfico y construir juicios de valor a partir de reconocer que un valor más grande corresponde a un punto que se encuentra por encima de otro, o que un conjunto de puntos muy cercanos a otro indica que sus valores son muy similares.

➔ Etapa simbólica

Luego de transitar las etapas factual y procedimental, se aborda la etapa simbólica, mediante la cual la actividad de los/as estudiantes se orienta hacia la adquisición de información acerca del comportamiento de las variables a partir de un gráfico, la comparación de comportamientos y tendencias en el valor de las variables y el desarrollo de estrategias para comparar valores en un gráfico.

El establecimiento de relaciones de orden a partir de un gráfico es un antecedente necesario para el tratamiento gráfico de funciones, de forma tal que la situación trata con la comparación de cantidades en un gráfico mediante el reconocimiento de puntos o intervalos donde el gráfico de una función se encuentra por encima o por debajo de otra, o bien donde los puntos de ambos gráficos se cruzan o se empalman. Asimismo, se busca generar estrategias visuales que ayuden a reconocer comportamientos en las variables: dónde crece más un valor, dónde disminuye más, dónde el gráfico se estabiliza e indica que la variable tiende a un valor específico, entre otros.

Todo ello representa un antecedente necesario para que la interpretación del gráfico y la construcción de significado acerca de una función se relacionen y no sean concebidos como entidades aisladas. Dicho de otro modo, que las relaciones funcionales, desde el contexto gráfico, formen parte del conocimiento de las/os estudiantes y sirvan de sustento para la toma de decisiones o para la interpretación de diversos y variados hechos de su realidad cotidiana.

Al partir del abordaje que se propone, es evidente que el tratamiento que se realiza del análisis gráfico de funciones favorece un acercamiento a lo que se propone desde los NAP y los IPAP. Por ejemplo, al crear un lenguaje específico para el análisis de gráficos, se atiende al uso de relaciones entre variables en situaciones problemáticas que requieren interpretar relaciones entre variables en tablas y gráficos en diversos contextos.

Asimismo, al centrar la atención en comparar magnitudes desde un gráfico y asociar preguntas sobre el significado de esas comparaciones, se atiende al reconocimiento, el uso y el análisis de funciones en situaciones problemáticas que requieran interpretar gráficos y fórmulas que modelen variaciones lineales y no lineales.

FUNDAMENTO TEÓRICO Y EXPLICACIONES DIDÁCTICAS

Fundamento teórico de la situación de aprendizaje

Las dos situaciones de aprendizaje que abordan el tema de las funciones en el material de las/os estudiantes se estructuraron de manera que la actividad que deben llevar a cabo se oriente al desarrollo de prácticas tales como medir, ordenar, establecer ordenes de comparación (quién está más cerca de un valor específico), etcétera, para finalmente concretar todo lo anterior en la construcción de un gráfico a partir del cual sea posible establecer inferencias, conjeturas y predicciones.

Es decir, la orientación que estructura el diseño de las situaciones de aprendizaje es la consideración de una ruta pragmática, que lleva de la medición de magnitudes y la localización de valores a la comparación de medidas que caractericen comportamientos variacionales de las variables, para finalmente establecer predicciones de un fenómeno sobre la base de lo anterior. Es dicha predicción la que justifica y da sentido al tratamiento gráfico, lo cual favorece el reconocimiento de relaciones funcionales.

Se eligieron los contextos situacionales de las alturas de los estudiantes de la clase y de la cantidad de calorías que estos consumen por considerarlos parte del entorno inmediato de los/as estudiantes, además de proveer la oportunidad para que lleven a cabo acciones concretas como medir y ordenar. Por otra parte, dada la naturaleza de estos contextos, el vínculo con otras asignaturas como Cencias Naturales o Biología se vuelve un escenario ideal para que los/as estudiantes reconozcan un uso del conocimiento matemático para el entendimiento de la realidad. Para ello, se recomienda abordar el trabajo en forma interdisciplinaria con docentes de asignaturas afines para que las/os estudiantes puedan alcanzar aprendizajes significativos y transversales.

En el caso de la situación de las alturas, es posible solicitar a las/os estudiantes que investiguen la altura promedio de la población de algunos países, la altura de sus familiares, el crecimiento de la altura de la población de la Argentina en décadas pasadas, y que analicen los posibles factores que consideren que influyen para que la altura de una población sea más elevada. En el caso de la situación de las calorías consumidas, se les puede pedir que investiguen qué son las calorías, cómo se miden, qué tipos de dietas se recomiendan para deportistas, oficinistas u otras profesiones, y por qué se recomienda una determina ingesta de calorías en función de la actividad diaria. En ambos casos, la investigación puede realizarse a través de diferentes sitios confiables de Internet, sugeridos o recomendados por el profesor o la profesora.

Con respecto a la situación de aprendizaje *Vos, él y ellos. ¿Quién es más alto*?:

Para que los/as estudiantes establezcan un sentido de orden entre magnitudes se incorporó la idea de promedio, la cual permite dar una orientación a la comparación de alturas o a los datos obtenidos. Por ejemplo, la pregunta *¿qué tan alto soy?* tiene sentido cuando se reconoce que otras personas de la misma edad tienen diferentes alturas, y que la altura propia puede ser mayor, menor o igual que la de los demás. No obstante, si la situación de aprendizaje se limitara a proponer calcular la altura, esto no daría lugar a un análisis de cuál es el significado de esos valores.

Para solventar lo anterior, se introduce la pregunta *¿qué tan alta es la clase?*, con el fin de reconocer el promedio como un dato que representa el equilibrio entre las medidas y que permite comparar la información.

En esta situación de aprendizaje se pasa de un entorno pequeño en la tarea 1, conformado por tres estudiantes, a un entorno más abierto en el que se incorpora a toda la clase. La idea es que las comparaciones que permiten establecer el orden de alturas entre tres compañeras/os se repliquen para un grupo mayor, de tal manera que esa práctica de comparar se reconozca como un mecanismo útil para establecer diferencias entre distintos valores de una magnitud.

A pesar de que el establecimiento de orden de valores de una magnitud es un tema propio del nivel primario, la intención de esta actividad es retomar aquel lenguaje que los/as estudiantes han construido para hacerlo evolucionar hacia un lenguaje propio del tratamiento gráfico. En ese sentido, en la parte factual, se efectúan preguntas que se replican en la fase procedimental, pero, en esta última, las preguntas se realizan sobre un gráfico que las/os estudiantes construyen.

Si bien en ambas situaciones de aprendizaje se emplea la idea de promedio y las preguntas se orientan a entenderlo como aquel valor representativo de una población, las situaciones de aprendizaje no se enfocan en la constitución de este concepto, sino que se lo retoma, dado que fue trabajado en el nivel primario, como antecedente para construir otros significados.

También se introduce la idea de colocar los datos obtenidos de las alturas en puntos del plano cartesiano para obtener un registro gráfico y analizarlo a partir de los datos numéricos y las comparaciones obtenidas en la etapa factual. Esto se realiza con el fin de construir un vínculo entre la medida de la propia altura y los puntos que conforman el gráfico mediante la generación de un argumento como "este valor es mayor o está más arriba que el anterior".

La lectura y la interpretación del gráfico se incluyen en la etapa simbólica intencionalmente, ya que el objetivo es que las primeras dos etapas sirvan como el escenario en el cual los/as estudiantes desarrollan las operaciones, los procedimientos y las argumentaciones necesarias para poder leer e interpretar correctamente los gráficos de funciones.

Para ello se contempló el estudio del crecimiento y decrecimiento de las alturas a través de intervalos específicos, el reconocimiento de secciones de un gráfico que se encuentran por encima o por debajo de la otras para indicar que el valor de la altura de los

chicos es en promedio mayor o menor que el de las chicas, o que los puntos donde ambos gráficos se cruzan indican el periodo en el cual las alturas son iguales.

En esta etapa simbólica la comparación se realiza no únicamente sobre medidas concretas de la altura, sino que también se pide comparar los incrementos de las alturas para determinar en qué intervalo el crecimiento es mayor. Asimismo, la comparación se efectúa de manera numérica y también visualmente, al observar dónde los gráficos se intersecan o dónde uno se halla por encima del otro.

La práctica de seriación se introduce al pedirle a las/os estudiantes que determinen en qué intervalo el crecimiento de la altura comienza a ser cada vez menor. Para ello, las/os estudiantes necesitan reconocer que los puntos del gráfico son cada vez más cercanos en su altura vertical; es decir, que se asemejan a una recta horizontal.

Es de resaltar que la etapa procedimental no se limita a la lectura del gráfico (identificación de valores específicos), ya que esto ocasionaría que las/os estudiantes no entiendan el gráfico como un medio de argumentación ni reconozcan relaciones funciones en él. Por el contrario, se incorporan preguntas que llevan a su interpretación; por ejemplo, *¿Durante qué período de su vida son las mujeres más altas que los varones de su misma edad? y ¿cuál considerás será tu altura a los 20 años?* Esta última también aparece en la etapa factual, pero ahora con la información del gráfico se tienen más elementos para que las/os estudiantes construyan una respuesta a partir de la lectura e interpretación de la variación en el gráfico.

Con respecto a la situación de aprendizaje *¿Sabés cuántas calorías consumís?:*

En la etapa factual se establece una diferencia entre *el valor más grande* y *el incremento más grande*, para lo cual se solicita a los/as estudiantes que reconozcan en qué hora del día hubo un mayor aumento de calorías consumidas. Sobre la base de estas preguntas se comienza a generar un lenguaje para expresar el reconocimiento de cantidades de cambio en una variable.

En la etapa procedimental se propicia la comparación entre los datos que obtuvieron en la etapa anterior con los datos que obtuvo un/a compañero/a de curso. Al igual que en la tarea anterior, se trata de determinar aquellas horas en las cuales hubo mayor o menor consumo, pero esta vez, comparando con los datos de su compañero/a. La tarea no se limita al registro de datos ni al cálculo aritmético de incrementos, sino que se solicita comparar esos incrementos para construir una relación entre cantidades.

También se introduce la práctica de estimación en el sentido de que, sin realizar la suma total de calorías y viendo el caso de un/a compañero/a, el/la estudiante debe determinar quién de los dos consumió más calorías, logrando con ello un análisis de las magnitudes, en vez de priorizar la suma aritmética sin un análisis de qué se suma.

La etapa simbólica tiene por objetivo estudiar y representar datos de forma gráfica, asociados con puntos en el plano cartesiano, para lo cual las preguntas se estructuran de tal modo que fomentan el uso de los argumentos, las operaciones y los procedimientos construidos previamente. Para lograr lo anterior, fue necesario establecer el análisis

gráfico a partir del promedio de kilocalorías consumidas a lo largo de 5 horas, ya que la comparación respecto a un referente justifica el análisis del valor de una magnitud.

La segunda pregunta de la etapa simbólica se orienta a que las/os estudiantes realicen operaciones gráficas, en el sentido de identificar cómo sumar los valores de las variables a partir de la ubicación de los puntos de su gráfico. Esto genera una visión del gráfico como un medio argumentativo, en lugar de limitar la pregunta a identificar valores específicos que no fomentan un análisis desde el gráfico. Es decir, se pide realizar el mismo tipo de comparaciones que en la etapa procedimental, pero ahora sobre la base del lenguaje gráfico que se ha ido construyendo.

Lo anterior tiene la intención de que las/os estudiantes reconozcan formas de crecimiento de la variable y que asocien esas formas de crecimiento con una expresión algebraica. La situación de aprendizaje no inicia preguntando por la ecuación, sino que establece una actividad previa para que las/os estudiantes construyan formas de relacionar las variables y generen un lenguaje adecuado y las operaciones necesarias. Es decir, el uso de la ecuación como un argumento del gráfico no se reconoce como algo funcional para las/os estudiantes sin esa construcción previa.

Explicaciones didácticas de las situaciones de aprendizaje

A continuación, se realiza una descripción de la intencionalidad de las diferentes etapas de las dos situaciones de aprendizaje propuestas, cuyo objetivo es que los/as estudiantes puedan analizar la información de una etapa y construir argumentaciones acerca de ella a partir del reconocimiento de la forma de variación de las variables.

Situación de aprendizaje: Vos, él y ellos. ¿Quién es más alto?

➔ Etapa factual

Tarea 1. ¿Cómo describís la altura de tus compañeros de clase?

MOMENTO 1

¿Conocés tu estatura?, ¿sabés cuánto mide tu compañero de clase más alto? o ¿cuál es la altura de tu compañero de al lado? La estatura es una característica de las personas que se mide desde los pies hasta la cabeza, su medida (usualmente en centímetros) puede ser muy diferente incluso entre personas de la misma edad. ¿Sabés qué tan altos son tus compañeros de clase?

1. Formen equipos de tres personas y midan su altura con ayuda de una cinta métrica.

a) Compará tu altura con la de uno de tus compañeros de equipo, ¿cuánta diferencia hay entre tu altura y la de tu compañero?

b) Comparen las alturas del equipo, ¿cuánta diferencia hay entre el más alto y el más bajo?, ¿cuánta diferencia hay con la altura del compañero que queda en medio?

La intención de este primer momento es introducir la comparación de alturas mediante una medición y una diferencia de esa medida, para lo cual es importante que los/as estudiantes reconozcan que el hecho de que uno sea más bajo o más alto que otro se puede expresar numéricamente. Es decir, es importante que se presente un tránsito del esquema visual de la diferencia de alturas (soy más alto) al esquema numérico.

c) Calculá el promedio de las alturas de tu equipo. ¿Cuáles de tus compañeros tienen una altura mayor que el promedio del equipo?, ¿cuáles tiene una altura menor?

d) ¿Considerás que el promedio calculado puede servir para describir la altura del grupo? Si la respuesta es sí, explicá por qué. En caso contrario, qué medida considerás adecuada para ello y por qué.

Este momento tiene la intención de que el promedio sea el argumento que justifique la comparación de las alturas de una población. Es decir, que al comparar la altura propia o la de un/a compañero/a con el promedio, los/as estudiantes puedan obtener inferencias y argumentaciones sobre esa población. Este aspecto indispensable para que el análisis gráfico tenga sentido para las/os estudiantes, al buscar ese tipo de relaciones en el gráfico.

MOMENTO 2

Para el desarrollo de la actividad del momento 2, la conformación de la fila es un paso importante en la situación de aprendizaje, ya que es el momento en el que los/as estudiantes reconocen visualmente un patrón en la magnitud de la altura, que posteriormente da lugar al promedio. Además, es a partir de este patrón visual que la comparación numérica y el promedio cobran significado (¿qué tan alto soy en este grupo?), fomentando el análisis de los datos en lugar de limitar su actividad a solo calcular y medir.

2. Entre todos tus compañeros de clase formen una fila y ordénense desde el de menor al de mayor altura. Midan la altura de cada uno y anoten ese valor y el nombre del compañero en la pizarra.

a) ¿En qué posición de la fila te ubicaste? ¿Hay dos o más compañeros con la misma altura?

b) ¿Cuánta diferencia hay entre los compañeros que quedan en los extremos de la fila? ¿Es la misma diferencia que había entre el más alto y más bajo del equipo que formaste previamente? Compará tu respuesta con los compañeros de otros dos equipos y argumenten por qué la diferencia es la misma, distinta o similar.

c) Obtené el promedio de altura de toda la clase. ¿Es este valor igual, menor o mayor que el promedio del equipo que formaste previamente?, ¿a qué considerás que se debe esto?

Los ítems d), e), f) y g) tienen la intención de que los/as estudiantes repliquen las comparaciones que hicieron en el grupo pequeño, pero ahora considerando la totalidad del curso. De esta manera, continúan construyendo los conceptos y el lenguaje necesarios para el estudio comparativo de magnitudes.

En la pregunta de cierre se hace foco en la comparación de las medidas individuales con el promedio para generar un sentido a la información obtenida; es decir, que comparar respecto al promedio posibilita a las/os estudiantes obtener información y generar conjeturas sobre la población. Esto servirá de base para la generación de procedimientos en la etapa procedimental.

d) Considerá las alturas de todos tus compañeros de clase. ¿Pensás que el promedio calculado puede servir para describir la altura del todo el grupo? Si la respuesta es sí, explicá por qué. En caso contrario, ¿qué medida considerás adecuada para hacerlo? ¿Por qué?

➔ Etapa procedimental

Tarea 2. ¿Cómo organizar información de la altura de mis compañeros?

MOMENTO 1

La etapa procedimental, en el ítem a) de la actividad 1, propone a las/os estudiantes la construcción de un gráfico a partir de la experiencia que tuvieron en la etapa factual. Esto permite dotar de significado a los puntos que conforman el gráfico, lo que favorece que las/os estudiantes construyan un sentido sobre qué es el gráfico.

1. Utilizando la tabla que construiste en la tarea 1, elegí tres compañeros que cumplan las siguientes condiciones: uno que sea más alto que vos, uno que sea más bajo, y uno que tenga tu misma altura (o la más cercana a la tuya).
a) Realizá un gráfico de las alturas que obtuviste de todos tus compañeros de clase. Para ello colocá en el eje horizontal tu nombre y el de tus compañeros (por ejemplo, puede ser en orden alfabético) y en el eje vertical la altura de cada uno. Observá los puntos que se generan en el gráfico y localizá los que corresponden a los tres estudiantes que señalaste previamente.

Los ítems b) a f) tienen la intención de que las/os estudiantes reconozcan, a partir del gráfico, las comparaciones que realizaron previamente, de manera tal que puedan construir un antecedente sobre cómo comparar magnitudes a partir de la posición relativa de puntos en un gráfico. El ítem g) cierra el momento 1 con un planteo que lleva a los/as estudiantes a hacer un análisis general de la utilidad del gráfico para describir la altura en general de todo el curso.

b) ¿Cómo se expresa en el gráfico la diferencia de altura entre la de tu compañero que es más bajo que vos y la tuya?
c) ¿Cómo se expresa en el gráfico la diferencia de altura entre la de tu compañero que es más alto que vos y la tuya?
d) ¿Cómo se expresa en el gráfico la igualdad de altura con la del compañero que tiene la misma que vos?
e) ¿Cómo identificás en el gráfico a todos tus compañeros que tienen una altura menor que la tuya?
f) ¿Cómo identificás en el gráfico a todos tus compañeros que tiene una altura mayor que la tuya?
g) ¿De qué forma te ayuda el gráfico que construiste a describir cómo es la altura en general de la clase?

MOMENTO 2

A partir del gráfico trabajado anteriormente se propone un orden alfabético para colocar los puntos. El hecho de que los puntos no tengan un orden ascendente o descendente favorece que las comparacio-

2. Continuá trabajando con el gráfico construido previamente. Sobre el eje vertical señalá el valor correspondiente al promedio de la altura de la clase y trazá una línea perpendicular al eje vertical que pase por ese valor.
a) La recta trazada, ¿queda por encima de todos los puntos trazados? ¿Queda por debajo de todos los puntos trazados? ¿Queda entre los extremos de los puntos trazados? Basándote en tu respuesta, ¿por qué considerás que ocurre esto?

nes y ordenaciones que se hicieron anteriormente se expliquen, ahora, desde el gráfico. Para ello se cambió intencionalmente al grupo inicial de tres estudiantes para que se repliquen las preguntas hacia la totalidad del curso, pero ahora desde el gráfico.

La consigna de cierre orienta la actividad de las/os estudiantes hacia la configuración de métodos y procedimientos que les permitan asociar las comparaciones numéricas de la etapa factual con comparaciones gráficas. Si bien la consigna está orientada a significar el promedio, su intención es mantener una justificación funcional al desarrollo de las comparaciones gráficas y numéricas; es decir, la pregunta ¿por qué comparar valores? tiene sentido cuando esas comparaciones proveen información acerca de algún aspecto esencial; en este caso, sobre la altura general de la clase.

b) Considerá ahora tu altura y la de tus tres compañeros de equipo de la tarea 1. Basándote en el promedio de altura de la clase, ¿cuáles de tus compañeros tienen una altura mayor que el promedio del equipo? ¿Cuáles tienen una altura menor? ¿Son estas respuestas diferentes a las que planteaste en la tarea 1? Si las hubiere, ¿a qué creés que se deben las diferencias?

➔ Etapa simbólica

Tarea 3. ¿Cómo cambia mi altura conforme pasan los años?

MOMENTO 1

La intención de de esta actividad es establecer un vínculo con las etapas anteriores, de forma tal que se transite desde el análisis de la altura del grupo cercano de 3 compañeras/os a la del grupo total de toda la clase y, ahora, hacia la población total de jóvenes de la Argentina. Es el sentido funcional que tiene el gráfico (la opción de interpretar información y construir conjeturas sobre algo) lo que justifica las operaciones que sobre él se realizan.

La altura de una persona es un indicativo de su desarrollo y de su estado de salud. La altura de cada persona varía con el tiempo (conforme va atravesando las distintas etapas de su vida), y de acuerdo con diversos factores como la herencia genética, la alimentación y el padecimiento de enfermedades, entre otros. El registro de la altura promedio de una población en función de la edad es uno de los indicativos utilizados para hablar del desarrollo de un individuo. Los gráficos 1 y 2 muestran la altura promedio que tienen los hombres y las mujeres de la Argentina respectivamente, desde su nacimiento hasta los 19 años, mientras que el gráfico 3 muestra la altura promedio de ambos (hombres y mujeres) juntas. En los tres gráficos la edad se muestra en el eje horizontal mientras que la altura se indica en el eje vertical.

Se provee a los/as estudiantes de tres gráficos diferentes sobre la altura de los jóvenes de la Argentina. Los dos primeros muestran la altura, por separado, de hombres y mujeres, mientras que el tercero presenta dicha información al mismo tiempo.

La intención al trabajar con estos gráficos es que los/as estudiantes reconozcan que la misma información puede presentarse de manera diferente, en este caso en gráficos independientes o en un mismo sistema coordenado. Asimismo, el tener los tres gráficos favorece que los/as estudiantes tengan libertad para realizar el análisis que las preguntas demanda, pero siempre bajo la consigna de realizar comparaciones gráficas.

La intención de los ítems a), b) y c) es que los/as estudiantes comiencen el análisis gráfico a partir de preguntas similares a las ya contestadas en las etapas anteriores, pero ahora con el agregado de que requieren identificar puntos del gráfico con posiciones específicas (misma abscisa y misma ordenada).

1. Usá los gráficos anteriores según lo consideres apropiado, y respondé las siguientes consignas:
a) Considerando tu estatura actual, ¿cuál es la diferencia con la altura promedio que registra el gráfico?
b) ¿En qué período de edades la altura media de los varones es igual a la altura media de las mujeres? ¿Cómo obtuviste este dato del gráfico?
c) Explicá cómo está reflejado en el gráfico que la variación del crecimiento de la altura de las mujeres disminuye a partir de los 13 años en adelante. ¿En qué rango de edad la variación del crecimiento de la altura en los varones disminuye?

La intención de los ítems d) y e) es propiciar un análisis variacional del gráfico. Para ello, se proponen a los/as estudiantes ciertas frases que sugieren un tipo de comportamiento, y se les pide que describan de qué manera el gráfico refleja ese comportamiento. De esta manera se generan argumentos visuales acerca de cómo la forma del gráfico (muy acostado, poco curvado, etcétera.) se corresponde con variaciones particulares de las variables; en este caso, no lineales con crecimiento lento o rápido.

c) Explicá cómo está reflejado en el gráfico que la variación del crecimiento de la altura de las mujeres disminuye a partir de los 13 años en adelante. ¿En qué rango de edad la variación del crecimiento de la altura en los varones disminuye?
d) ¿Durante qué período de su vida son las mujeres más altas que los varones de su misma edad? Argumentá tu respuesta basándote en el gráfico.
e) Considerá los siguientes rangos de edades: de 4 a 5 años y de 11 a 12 años.
i. ¿En cuál de estos rangos el crecimiento promedio de los varones fue mayor?
ii. ¿En cuál de estos rangos el crecimiento promedio de las mujeres fue mayor que el crecimiento promedio de los varones?

La función de la pregunta de cierre es que las/os estudiantes establezcan una predicción a partir de la información que obtuvieron del gráfico. Así, los/as estudiantes asocian el gráfico con el establecimiento de relaciones de funciones (la altura en función de la edad) lo cual les permite construir conjeturas acerca de un fenómeno (¿cuál será mi altura a los 20 años?). De esta manera, el gráfico ya no es tan solo una imagen, sino que se constituye en un argumento acerca de un fenómeno.

f) Considerá tu estatura actual y la variación en la altura que se infiere de la gráfica. ¿Cuál considerás que será tu estatura a los 20 años? ¿Qué aspectos tomaste en cuenta para contestar?

Situación de aprendizaje	Vos, él y ellos. ¿Quién es más alto?
Etapa factual	Tarea 1. ¿Cómo describís la altura de tus compañeras/os de clase?
Etapa procedimental	Tarea 2. ¿Cómo organizar información de la altura de mis compañeras/os?
Etapa simbólica	Tarea 3. ¿Cómo cambia mi altura conforme pasan los años?

Situación de aprendizaje
¿Sabés cuántas kilocalorías consumís?

➔ Etapa factual
Tarea 1. ¿Sabés cuántas kilocalorías ingerís durante el día?

MOMENTO 1

Solicitar a los/as estudiantes que construyan una tabla con las kilocalorías que suelen consumir durante un día tiene la intención de que los datos sobre los cuales se desarrolla la situación de aprendizaje tengan un sentido y un significado y no sean concebidos como datos externos a ellos. Esto favorecerá que las operaciones y los argumentos que se generen les sean funcionales, en el sentido de que reconozcan la construcción de argumentos y conjeturas que les permiten tomar decisiones o reconocer situaciones específicas.

1. Completá la siguiente tabla con los alimentos que consumís en un día, y la cantidad de kilocalorías ingeridas en cada franja horaria. Para obtener la información sobre las kilocalorías consumidas, podés recurrir a la etiqueta de cada producto, o bien, consultando en Internet. Si en una determinada franja horaria no consumiste ningún alimento específico, colocá un cero en el espacio correspondiente.

HORA	PRODUCTOS	CANTIDAD DE KILOCALORÍAS
6 – 7		
7 – 8		
8 – 9		
9 – 10		
10 – 11		
11 – 12		
12 – 13		
13 – 14		
14 – 15		
15 – 16		
16 – 17		
17 – 18		

Mediante los ítems a), b), c), d) y e) se espera que los/as estudiantes logren establecer una distinción entre el valor más grande y el incremento más grande, ya que esto constituye un antecedente indispensable para que la idea de pendiente, entendida como una razón de cambio de las variables, pueda ser construida.

a) ¿En qué momento consumiste la mayor cantidad de kilocalorías?
b) ¿En qué momento consumiste la menor cantidad de kilocalorías?
c) ¿En qué momento registraste el mayor aumento de kilocalorías de una franja horaria a otra?
d) ¿En qué momento registraste el menor aumento de kilocalorías de una franja horaria a otra?
e) ¿Fue constante la ingesta de kilocalorías por hora a lo largo del día?

La pregunta f), que constituye el cierre del momento 1, está orientada a que los/as estudiantes construyan y adquieran una forma argumentativa de diferenciar el mayor valor del mayor incremento, a partir de las respuestas que proporcionaron en consignas resueltas anteriormente.

f) ¿Cuál considerás que es la diferencia entre las frases "mayor ingesta de kilocalorías" y "mayor aumento de kilocalorías respecto de la franja horaria anterior"?

➔ Etapa procedimental
Tarea 2. Estudiando con un compañero

MOMENTO 1

La intención de los ítems a), b), c) y d) de la actividad 1 es que las comparaciones que las/os estudiantes realizaron previamente en su propia tabla sean ahora establecida, considerando la tabla de un/a compañero/a, ya que de este modo se establecen las operaciones necesarias para la comparación de dos comportamientos. Por lo tanto, estas preguntas se orientan a construir el lenguaje numérico necesario para que las comparaciones gráficas tengan un significado para los/as estudiantes (¿qué estoy comparando en el gráfico?).

1. Compará la tabla que armaste con la tabla de un/a compañero/a de tu clase.
a) ¿En qué momento/s tu consumo de kilocalorías fue mayor que el de tu compañero/a?
b) ¿Cuál fue la cantidad total de kilocalorías consumidas por ambos en cada franja horaria?
c) ¿Coinciden tu compañero/a y vos en la franja hora en la cual consumieron la mayor cantidad de kilocalorías?
d) ¿En qué momento tuvo tu compañero el mayor aumento de kilocalorías de una hora a otra? ¿Cómo lo determinaste?

La pregunta e), de cierre del momento 1, tiene la intención de que los/as estudiantes establezcan un criterio sobre el comportamiento de la variable, en este caso de las calorías ingeridas. Es decir, no se limita a la operación aritmética sino que se favorece la construcción de estrategias que les permitan conjeturar algo sobre la ingesta de calorías.

e) Sin realizar la suma total de kilocalorías, ¿quién creés que consumió más calorías durante el día de los dos? Explicá la estrategia que usaste para responder esta pregunta.

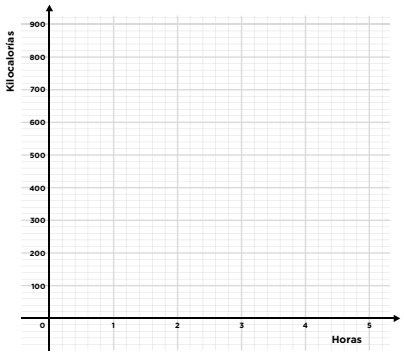
➔ Etapa simbólica

Tarea 3. Entre kilocalorías que consumimos y otras que quemamos

MOMENTO 1

En este momento se busca que las/os estudiantes establezcan diferencias entre la altura y el cambio en la altura (ordenada y pendiente). Para ello, los ítems a y b abordan comportamientos constantes y lineales, respectivamente, donde argumentar con relación a la posición del punto y su cambio favorece tal distinción. En el ítem.c se busca que los estudiantes expliciten las características gráficas de ambos comportamientos.

1. Considerá la siguiente gráfica para representar los siguientes sucesos. Argumenta tu respuesta en cada caso.



a) Se consumen constantemente 300 kilocalorías a lo largo del día

b) En cada hora, la cantidad de kilocalorías aumenta en 100.

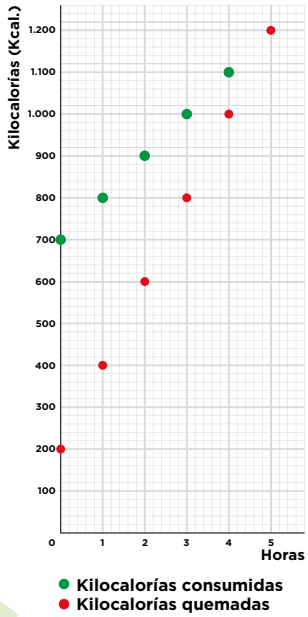
c) Explicá graficamente la diferencia de los casos anteriores. ¿Cómo es la altura de los puntos? ¿Cómo es el aumento en las alturas?

MOMENTO 2

En el momento 2 se proporciona un texto introductorio para poner en situación a los/as estudiantes respecto al gasto de kilocalorías, lo que coloquialmente se conoce como "quema" de kilocalorías. Asimismo, se presentan dos gráficos en un mismo sistema coordenado para que lleven a cabo comparaciones gráficas entre dos funciones distintas.

Las preguntas que se realizan tienen una estructura similar a las presentadas en la etapa procedimental, esto responde a la intención de que el tipo de comparaciones numéricas que se efectuaron previamente se trasladen a un entorno gráfico. Se trata entonces de realizar una resta gráfica, en el sentido de que se restan numéricamente, punto a punto, el valor de las imágenes del gráfico, ya que cada punto de este representa una cantidad específica de kilocalorías.

2. Para llevar a cabo todas las actividades que realizamos durante el día como caminar, correr o bailar, e incluso otras como dormir, leer o jugar, necesitamos quemar kilocalorías, es decir, transformarlas en una fuente de energía para la realización de dichas actividades. Sin embargo, no todas las personas quemamos kilocalorías del mismo modo ni al mismo ritmo. Por este motivo, la ingesta calórica diaria recomendada está directamente relacionada con las necesidades físicas de cada persona, que resultan de la combinación entre las actividades que realiza y su metabolismo. Observá el siguiente gráfico que muestra el consumo de kilocalorías y las calorías quemadas por una persona en un lapso de 5 horas, y luego respondé las consignas.



a) ¿Cuánto fue el aumento de las kilocalorías consumidas en cada lapso de hora?

b) ¿Cuánto fue el aumento de las kilocalorías quemadas en cada lapso de hora?

c) Analizá la siguiente frase: "la persona consumió más kilocalorías que las que perdió en cada hora".

i. ¿Es coherente con la información que brinda el gráfico?

ii. ¿Por qué se puede decir que la únicamente en la última hora la persona no "obtuvo una ganancia neta de kilocalorías"?

d) En el mismo gráfico, determiná la gráfica que indica la cantidad de energía que queda en el cuerpo (medida en kilocalorías) en función del tiempo. Explicá cómo lo obtuviste.

La intención de las preguntas e) y f) es que las/os estudiantes, a partir de las conjeturas que han formulado respecto de cómo se incrementa el consumo de kilocalorías, o cómo se "queman" las kilocalorías, asocien un significado

e) ¿Cuántas calorías por hora ingiere la persona? De seguir con este mismo comportamiento, ¿cuál de las siguientes expresiones te permitiría calcular el número de calorías ingeridas tras 8 horas? Justificá tu respuesta (considerá h como el número de horas transcurridas).

I) Calorías = 700 h + 100

II) Calorías = -200 h + 200

III) Calorías = 500 h + 100

IV) Calorías = 100 h + 700

V) Calorías = 200 h + 200

VI) Calorías = -100 h + 500

a la pendiente como la razón de cambio de la cantidad de kilocalorías. La razón de cambio se establece en esta situación de aprendizaje como la cantidad que aumenta o disminuye el consumo de kilocalorías cada hora, con la intención de que esto sirva de base para futuras reflexiones sobre la razón de cambio.

f) De las expresiones anteriores, ¿alguna representa la cantidad de kilocalorías quemadas o la cantidad de kilocalorías netas obtenidas (kilocalorías consumidas – kilocalorías quemadas) por la persona para cada hora? ¿Cuál? Explicá tu respuesta.

Situación de aprendizaje	¿Sabés cuántas calorías consumís?
Etapa factual	Tarea 1. ¿Sabés cuántas calorías ingerís durante el día?
Etapa procedimental	Tarea 2. Estudiando y comparando con tu compañero/a.
Etapa simbólica	Tarea 3. Entre calorías que consumimos y otras que quemamos.

CÓMO EVALUAR LOS PROCESOS DE PRODUCCIÓN DE LOS ESTUDIANTES

Con el correr de los años, la evaluación en la escuela se convirtió en un criterio de acreditación y quedó relegada a la "prueba escrita". Sin embargo, la evaluación tiene distintos aspectos importantes en la escuela que no solo implican la acreditación.

> Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el estado de los saberes de los alumnos, para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.
>
> Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades. (ME, 2012)

Se considera entonces la *Evaluación formativa*. Se llama así a un procedimiento usado por los/as docentes para adaptar un proceso didáctico a los progresos y necesidades observados en los/as estudiantes. De este modo se puede recoger información mientras los procesos se desarrollan con el fin de detectar logros, puntos débiles, identificar errores y posibles causas y poder tomar así decisiones respecto a lo que se enseña, cuándo y cómo se lo enseña.

Desde este punto de vista, cuando el/la estudiante no aprende no es solo debido a que no estudia, sino que puede ser atribuido y analizado desde múltiples factores como las actividades propuestas, los recursos utilizados, etc.

La evaluación formativa se construye a partir de la observación y conversación con los/as estudiantes y también analizando sus producciones. Esta evaluación brinda a los/as alumnos/as información para desarrollar una mayor autonomía y autorregulación de sus aprendizajes. También permite a los/as docentes adaptar las estrategias de enseñanza y los recursos utilizados a las características y necesidades individuales de los/as estudiantes.

En síntesis, la evaluación formativa sirve para que:

- los/as docentes
  - conozcan mejor a los/as estudiantes
  - planifiquen su enseñanza ajustando el ritmo y presentación de los desafíos de aprendizajes a las características de los/as estudiantes

- los/as estudiantes
    - comprendan la forma en la que aprenden mejor
    - mejoren su aprendizaje
    - se autoevalúen y comprendan cuán bien aprendieron

Uno de los objetivos a lograr es entonces proponer actividades que permitan apropiarse de la metacognición, es decir, la capacidad de autorregular los procesos de aprendizaje. Para ello es necesario presentar a los/as estudiantes actividades que les permitan dar cuenta de sus aprendizajes.

Es posible pensar en preguntas como:

- ¿Cuáles son los conocimientos matemáticos que te resultaron claves para resolver la actividad?
- ¿Cuáles son las estrategias que te resultaron complejas? ¿Cuáles te resultaron fáciles?
- ¿Qué aspectos de esta actividad podés guardarte para usarlos en otras?
- ¿Cuáles son las consignas que te resultaron difíciles? ¿Podrías descubrir el motivo por la que fueron difíciles?
- ¿Qué aprendiste hoy? ¿Qué conceptos no terminaste de entender?

Es fundamental que los/as estudiantes contesten estas preguntas de modo escrito y puedan recurrir a ellas luego de distintas secuencias didácticas. De este modo, todo lo expuesto se vuelve parte de sus aprendizajes y favorece el logro de la autonomía en la resolución.

Finalmente, para que la evaluación permita lograr los objetivos planteados, es necesario explicitar los criterios adoptados a los estudiantes. Según Toranzos (2014), esto permite:

> a. la necesaria transparencia de los procesos de evaluación
> b. el resaltar el papel de la evaluación como un elemento que contribuye al desarrollo de procesos metacognitivos, es decir de reflexión activa de los alumnos sobre su propio proceso de aprendizaje.

Una forma de lograr todos los objetivos propuestos anteriormente es mediante el armado de rúbricas. Una rúbrica es una guía usada en la evaluación del desempeño de los/as estudiantes que describe las características específicas de un producto, proyecto o tarea en varios niveles de rendimiento. Se arma para clarificar lo que se espera del trabajo del estudiante y facilitar así la retroalimentación.

A partir de una rúbrica bien hecha, se logra:

- Informar a los/as estudiantes acerca de sus saberes
- Fomentar el aprendizaje autónomo y la autoevaluación
- Anticipar los criterios de evaluación
- Promover la responsabilidad de los/as estudiantes frente a sus aprendizajes

Para estos materiales, una rúbrica posible podría es:

	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Entiende los enunciados de las situaciones				
Puede leer la información escrita en un gráfico cartesiano				
Puede leer información en una tabla				
Puede inferir información a partir de la lectura de un gráfico cartesiano				
Comprende que las magnitudes se relacionan de modo que al variar una varía la otra				
Puede construir un gráfico cartesiano a partir de ciertos datos				
Comprende qué significa que la variación entre dos magnitudes sea constante				
Escucha y aprende de los debates áulicas				
Argumenta sus posturas con claridad				
Logra comprender sus errores y comenzar a partir de ellos				

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Buendía, G. (2012). "El uso de los gráficos cartesianas. Un estudio con profesores". *Educación matemática*, 24 (2), 9-35. [Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/405/40525862001.pdf]

Cantoral Uriza, R. (2013, 2016 2ª ed.). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona: Gedisa.

Cantoral Uriza, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. Subsecretaría de Educación Medio Superior: Ciudad de México. [Recuperado de: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/6586/1/images/desarrollo_del_pensamiento_y_leng_v_smc_baja.pdf]

Ministerio de Educación (2011). *Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Matemática. Ciclo Básico. Educación secundaria. 1° y 2° / 2° y 3° Años.* Buenos Aires: Consejo Federal de Educación. [Recuperado de: http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL004315.pdf]

Ministerio de Educación (2012). *Cuadernos para el aula, matemática 4*. Buenos Aires, Argentina: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2018). *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios de Matemática.* Buenos Aires, Argentina: Consejo Federal de Educación.

Toranzos, L. V. (2014). "Evaluación educativa: hacia la construcción de un espacio de aprendizaje". *Propuesta Educativa*, (41), 9-19. Buenos Aires, Argentina: FLACSO – Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales.

VOS, ÉL Y ELLOS. ¿QUIÉN ES MÁS ALTO?

TAREA 1. ¿Cómo describís la altura de tus compañeros de clase?

¿Conocés tu estatura?, ¿sabés cuánto mide tu compañero de clase más alto? o ¿cuál es la altura de tu compañero de al lado? La estatura es una característica de las personas que se mide desde los pies hasta la cabeza, su medida (usualmente en centímetros) puede ser muy diferente incluso entre personas de la misma edad. ¿Sabés qué tan altos son tus compañeros de clase?

1. Formen equipos de tres personas y midan su altura con ayuda de una cinta métrica.

a) Compará tu altura con la de uno de tus compañeros de equipo, ¿cuánta diferencia hay entre tu altura y la de tu compañero?

b) Comparen las alturas del equipo, ¿cuánta diferencia hay entre el más alto y el más bajo?, ¿cuánta diferencia hay con la altura del compañero que queda en medio?

c) Calculá el promedio de las alturas de tu equipo. ¿Cuáles de tus compañeros tienen una altura mayor que el promedio del equipo?, ¿cuáles tiene una altura menor?

d) ¿Considerás que el promedio calculado puede servir para describir la altura del grupo? Si la respuesta es sí, explicá por qué. En caso contrario, qué medida considerás adecuada para ello y por qué.

2. Entre todos tus compañeros de clase formen una fila y ordénense desde el de menor al de mayor altura. Midan la altura de cada uno y anoten ese valor y el nombre del compañero en la pizarra.

a) ¿En qué posición de la fila te ubicaste? ¿Hay dos o más compañeros con la misma altura?

(La paginación de este anexo se corresponde con la del material para los estudiantes.)

b) ¿Cuánta diferencia hay entre los compañeros que quedan en los extremos de la fila? ¿Es la misma diferencia que había entre el más alto y más bajo del equipo que formaste previamente? Compará tu respuesta con los compañeros de otros dos equipos y argumenten por qué la diferencia es la misma, distinta o similar.

c) Obtené el promedio de altura de toda la clase. ¿Es este valor igual, menor o mayor que el promedio del equipo que formaste previamente?, ¿a qué considerás que se debe esto?

d) Considerá las alturas de todos tus compañeros de clase. ¿Pensás que el promedio calculado puede servir para describir la altura del todo el grupo? Si la respuesta es sí, explicá por qué. En caso contrario, ¿qué medida considerás adecuada para hacerlo? ¿Por qué?

TAREA 2. ¿Cómo organizar información de la altura de mis compañeros?

1. Utilizando la tabla que construiste en la tarea 1, elegí tres compañeros que cumplan las siguientes condiciones: uno que sea más alto que vos, uno que sea más bajo, y uno que tenga tu misma altura (o la más cercana a la tuya).

a) Realizá un gráfico de las alturas que obtuviste de todos tus compañeros de clase. Para ello colocá en el eje horizontal tu nombre y el de tus compañeros (por ejemplo, puede ser en orden alfabético) y en el eje vertical la altura de cada uno. Observá los puntos que se generan en el gráfico y localizá los que corresponden a los tres estudiantes que señalaste previamente.

b) ¿Cómo se expresa en el gráfico la diferencia de altura entre la de tu compañero que es más bajo que vos y la tuya?

c) ¿Cómo se expresa en el gráfico la diferencia de altura entre la de tu compañero que es más alto que vos y la tuya?

d) ¿Cómo se expresa en el gráfico la igualdad de altura con la del compañero que tiene la misma que vos?

e) ¿Cómo identificás en el gráfico a todos tus compañeros que tienen una altura menor que la tuya?

f) ¿Cómo identificás en el gráfico a todos tus compañeros que tiene una altura mayor que la tuya?

g) ¿De qué forma te ayuda el gráfico que construiste a describir cómo es la altura en general de la clase?

2. Continuá trabajando con el gráfico construido previamente. Sobre el eje vertical señalá el valor correspondiente al promedio de la altura de la clase y trazá una línea perpendicular al eje vertical que pase por ese valor.

a) La recta trazada, ¿queda por encima de todos los puntos trazados? ¿Queda por debajo de todos los puntos trazados? ¿Queda entre los extremos de los puntos trazados? Basándote en tu respuesta, ¿por qué considerás que ocurre esto?

b) Considerá ahora tu altura y la de tus tres compañeros de equipo de la tarea 1. Basándote en el promedio de altura de la clase, ¿cuáles de tus compañeros tienen una altura mayor que el promedio del equipo? ¿Cuáles tienen una altura menor? ¿Son estas respuestas diferentes a las que planteaste en la tarea 1? Si las hubiere, ¿a qué creés que se deben las diferencias?

TAREA 3. ¿Cómo cambia mi altura conforme pasan los años?

La altura de una persona es un indicativo de su desarrollo y de su estado de salud. La altura de cada persona varía con el tiempo (conforme va atravesando las distintas etapas de su vida), y de acuerdo con diversos factores como la herencia genética, la alimentación y el padecimiento de enfermedades, entre otros. El registro de la altura promedio de una población en función de la edad es uno de los indicativos utilizados para hablar del desarrollo de un individuo. Los gráficos 1 y 2 muestran la altura promedio que tienen los hombres y las mujeres de la Argentina respectivamente, desde su nacimiento hasta los 19 años, mientras que el gráfico 3 muestra la altura promedio de ambos (hombres y mujeres) juntas. En los tres gráficos la edad se muestra en el eje horizontal mientras que la altura se indica en el eje vertical.

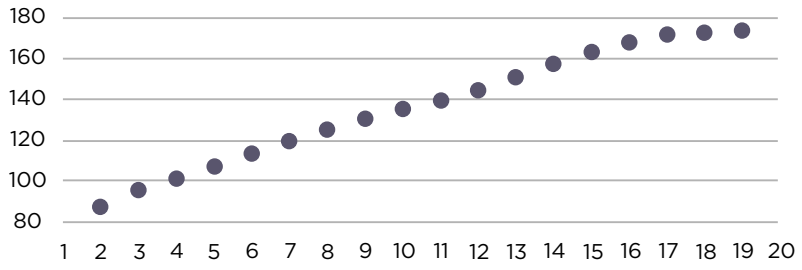


GRÁFICO 1: Altura de hombres de entre 2 y 19 años en Argentina

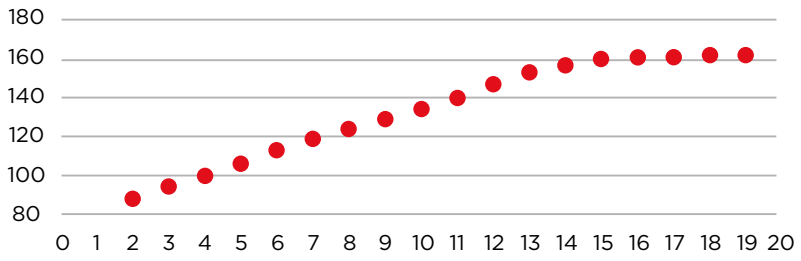


GRÁFICO 2: Altura de mujeres de entre 2 y 19 años en Argentina

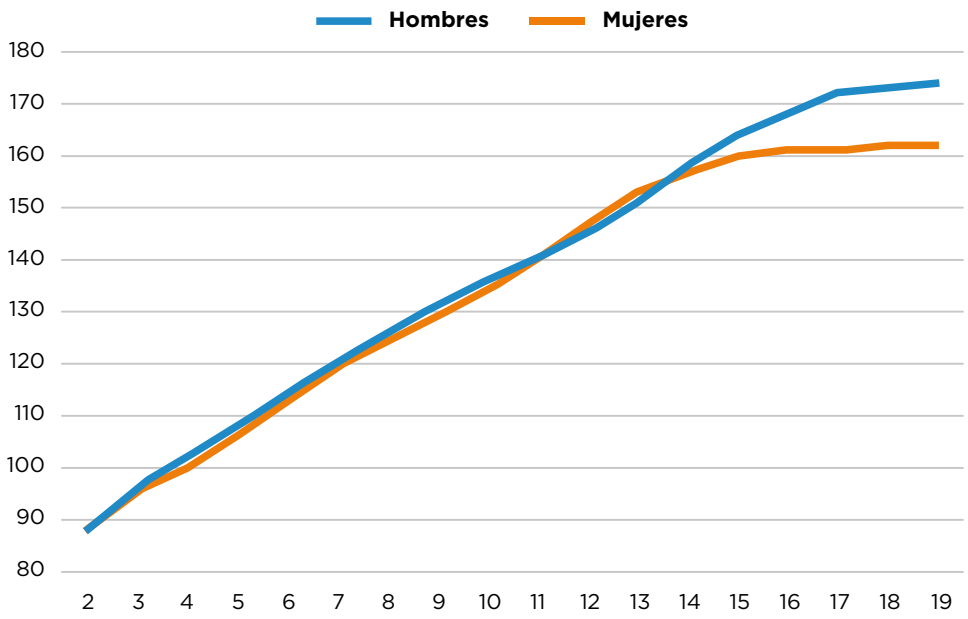


GRÁFICO 3: Altura de la juventud, entre 2 y 19 años, en Argentina

Hospital Garrahan: *http://www.garrahan.gov.ar/tablas-de-crecimiento/crecimiento-y-desarrollo/crecimiento-y-desarrollo-tablas-de-crecimiento*

1. Usá los gráficos anteriores según lo consideres apropiado, y respondé las siguientes consignas:

a) Considerando tu estatura actual, ¿cuál es la diferencia con la altura promedio que registra el gráfico?

b) ¿En qué período de edades la altura media de los varones es igual a la altura media de las mujeres? ¿Cómo obtuviste este dato del gráfico?

c) Explicá cómo está reflejado en el gráfico que la variación del crecimiento de la altura de las mujeres disminuye a partir de los 13 años en adelante. ¿En qué rango de edad la variación del crecimiento de la altura en los varones disminuye?

d) ¿Durante qué período de su vida son las mujeres más altas que los varones de su misma edad? Argumentá tu respuesta basándote en el gráfico.

e) Considerá los siguientes rangos de edades: de 4 a 5 años y de 11 a 12 años.

i. ¿En cuál de estos rangos el crecimiento promedio de los varones fue mayor?

ii. ¿En cuál de estos rangos el crecimiento promedio de las mujeres fue mayor que el crecimiento promedio de los varones?

f) Considerá tu estatura actual y la variación en la altura que se infiere de la gráfica. ¿Cuál considerás que será tu estatura a los 20 años? ¿Qué aspectos tomaste en cuenta para contestar?

¿SABÉS CUÁNTAS KILOCALORÍAS CONSUMÍS?

TAREA 1. ¿Sabés cuántas kilocalorías ingerís durante el día?

1. Completá la siguiente tabla con los alimentos que consumís en un día, y la cantidad de kilocalorías ingeridas en cada franja horaria. Para obtener la información sobre las kilocalorías consumidas, podés recurrir a la etiqueta de cada producto, o bien, consultando en Internet. Si en una determinada franja horaria no consumiste ningún alimento específico, colocá un cero en el espacio correspondiente.

HORA	PRODUCTOS	CANTIDAD DE KILOCALORÍAS
6 – 7		
7 – 8		
8 – 9		
9 – 10		
10 – 11		
11 – 12		
12 – 13		
13 – 14		
14 – 15		
15 – 16		
16 – 17		
17 – 18		

a) ¿En qué momento consumiste la mayor cantidad de kilocalorías?

b) ¿En qué momento consumiste la menor cantidad de kilocalorías?

c) ¿En qué momento registraste el mayor aumento de kilocalorías de una franja horaria a otra?

d) ¿En qué momento registraste el menor aumento de kilocalorías de una franja horaria a otra?

e) ¿Fue constante la ingesta de kilocalorías por hora a lo largo del día?

f) ¿Cuál considerás que es la diferencia entre las frases "mayor ingesta de kilocalorías" y "mayor aumento de kilocalorías respecto de la franja horaria anterior"?

TAREA 2. Estudiando con un compañero

1. Compará la tabla que armaste con la tabla de un/a compañero/a de tu clase.

a) ¿En qué momento/s tu consumo de kilocalorías fue mayor que el de tu compañero/a?

b) ¿Cuál fue la cantidad total de kilocalorías consumidas por ambos en cada franja horaria?

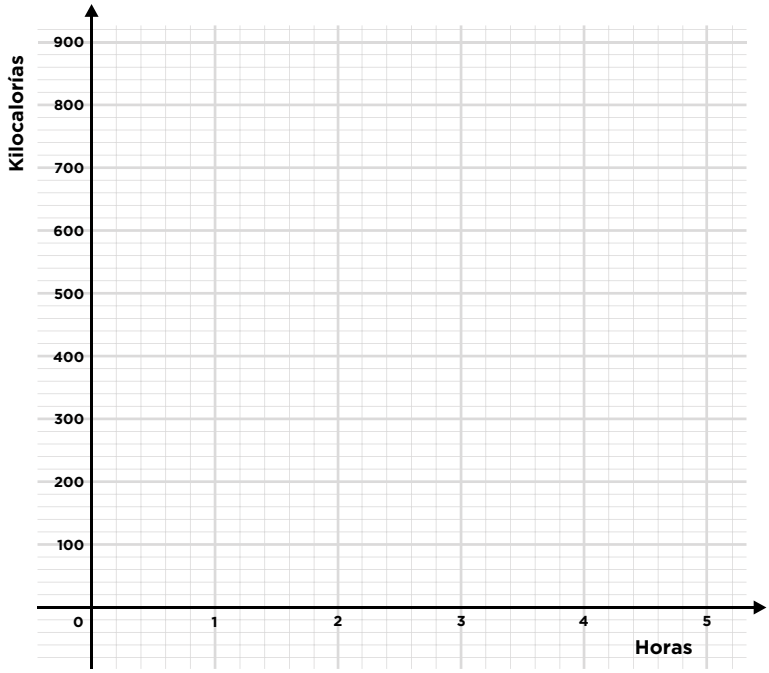
c) ¿Coinciden tu compañero/a y vos en la franja hora en la cual consumieron la mayor cantidad de kilocalorías?

d) ¿En qué momento tuvo tu compañero el mayor aumento de kilocalorías de una hora a otra? ¿Cómo lo determinaste?

e) Sin realizar la suma total de kilocalorías, ¿quién creés que consumió más calorías durante el día de los dos? Explicá la estrategia que usaste para responder esta pregunta.

TAREA 3. Entre kilocalorías que consumimos y otras que quemamos.

1. Considerá la siguiente gráfica para representar los siguientes sucesos. Argumenta tu respuesta en cada caso.

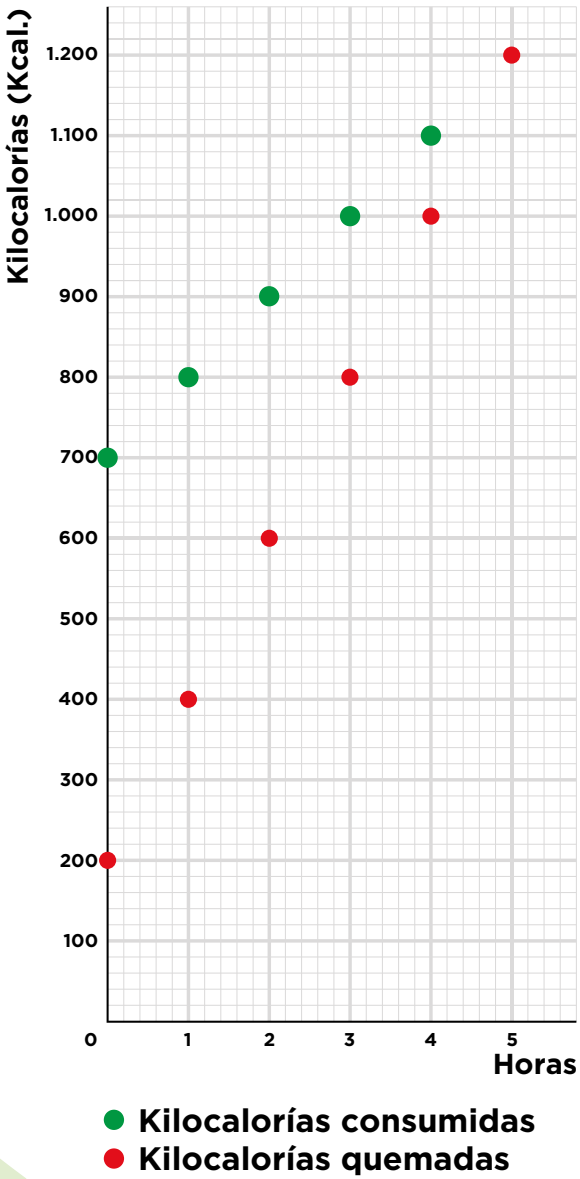


a) Se consumen constantemente 300 kilocalorías a lo largo del día

b) En cada hora, la cantidad de kilocalorías aumenta en 100.

c) Explicá graficamente la diferencia de los casos anteriores. ¿Cómo es la altura de los puntos? ¿Cómo es el aumento en las alturas?

2. Para llevar a cabo todas las actividades que realizamos durante el día como caminar, correr o bailar, e incluso otras como dormir, leer o jugar, necesitamos quemar kilocalorías, es decir, transformarlas en una fuente de energía para la realización de dichas actividades. Sin embargo, no todas las personas quemamos kilocalorías del mismo modo ni al mismo ritmo. Por este motivo, la ingesta calórica diaria recomendada está directamente relacionada con las necesidades físicas de cada persona, que resultan de la combinación entre las actividades que realiza y su metabolismo. Observá el siguiente gráfico que muestra el consumo de kilocalorías y las calorías quemadas por una persona en un lapso de 5 horas, y luego respondé las consignas.



a) ¿Cuánto fue el aumento de las kilocalorías consumidas en cada lapso de hora?

b) ¿Cuánto fue el aumento de las kilocalorías quemadas en cada lapso de hora?

c) Analizá la siguiente frase: "la persona consumió más kilocalorías que las que perdió en cada hora".

i. ¿Es coherente con la información que brinda el gráfico?

ii. ¿Por qué se puede decir que la únicamente en la última hora la persona no "obtuvo una ganancia neta de kilocalorías"?

d) En el mismo gráfico, determiná la gráfica que indica la cantidad de energía que queda en el cuerpo (medida en kilocalorías) en función del tiempo. Explicá cómo lo obtuviste.

e) ¿Cuántas calorías por hora ingiere la persona? De seguir con este mismo comportamiento, ¿cuál de las siguientes expresiones te permitiría calcular el número de calorías ingeridas tras 8 horas? Justificá tu respuesta (considerá h como el número de horas transcurridas).

I) Calorías = 700 h + 100

II) Calorías = -200 h + 200

III) Calorías = 500 h + 100

IV) Calorías = 100 h + 700

V) Calorías = 200 h + 200

VI) Calorías = -100 h + 500

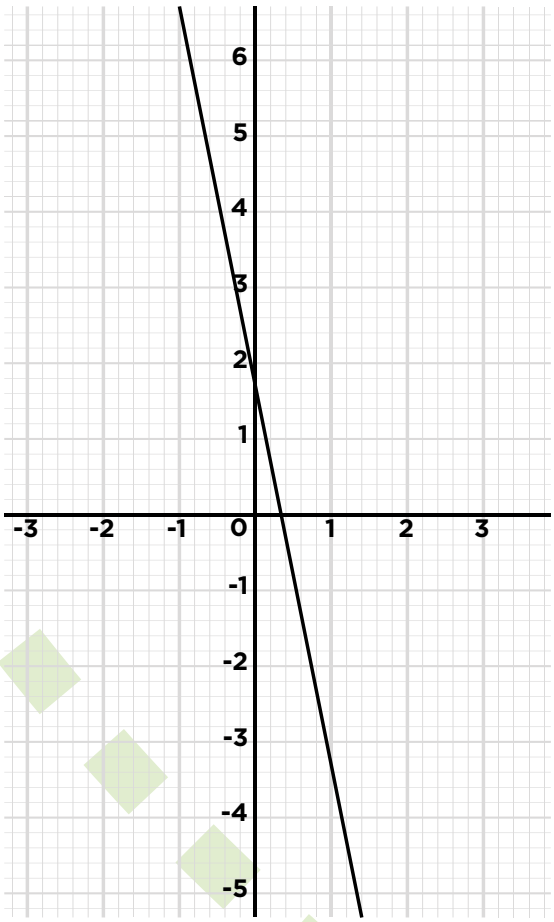
f) De las expresiones anteriores, ¿alguna representa la cantidad de kilocalorías quemadas o la cantidad de kilocalorías netas obtenidas (kilocalorías consumidas – kilocalorías quemadas) por la persona para cada hora? ¿Cuál? Explicá tu respuesta.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

ACTIVIDAD 1.

¿Cuál es la función correcta?

Considerá el siguiente gráfico:



1. Cuando la variable x aumenta una unidad, ¿cuántas unidades disminuye la variable y?

a) 5
b) 3
c) 7
d) 2

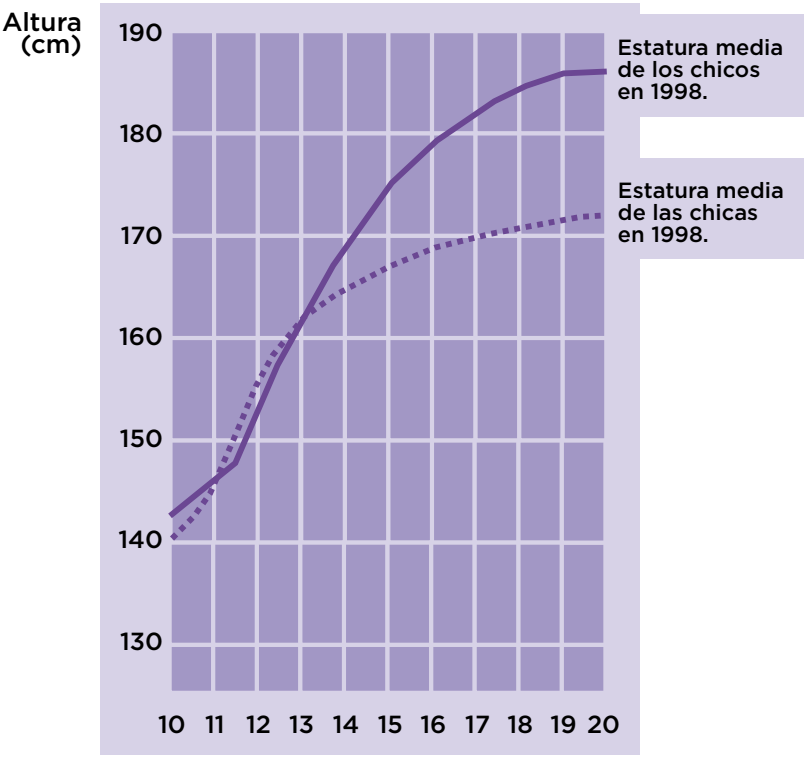
2. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al gráfico?

a) $y = 2x + 5$
b) $y = -5x - 2$
c) $y = -5x + 2$
d) $y = 2x - 5$

ACTIVIDAD 2.

Comparando alturas

Diferentes países y regiones presentan valores promedios de alturas diferentes, por ejemplo, se sabe que la altura promedio de algunos países asiáticos es menor que la altura promedio de algunos países de Europa. En el caso de Holanda, la estatura media de los chicos y las chicas en 1998 están representadas en el siguiente gráfico:



Basándote en la información brindada por el gráfico, respondé las siguientes preguntas:

1. ¿Durante qué período de su vida son las mujeres más altas que los varones de su misma edad?

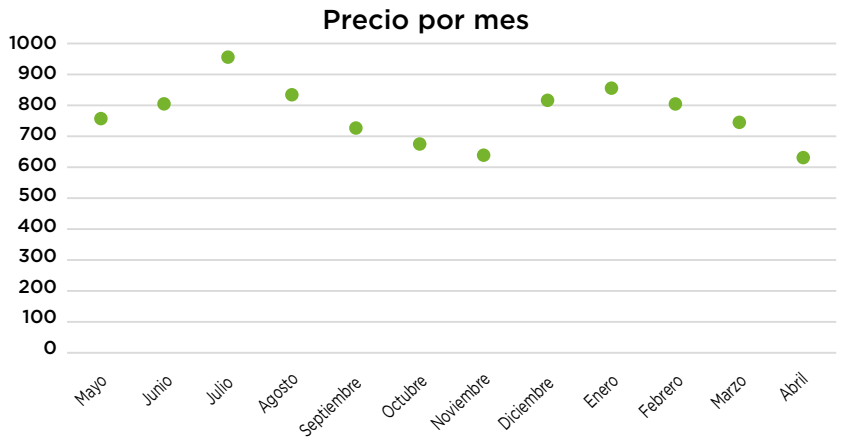
2. Considerá el rango de edad de 11 a 12 años. ¿Cómo describís es crecimiento de la altura de las mujeres respecto del de los hombres?

Retomado y modificado de Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (2005).

ACTIVIDAD 3.

¿Cuándo comprar o cuándo vender?

Debido a la influencia de diversos factores, los precios de los productos suelen cambiar con el tiempo. Una de las estrategias utilizada por los comerciantes para lograr siempre la mayor ganancia posible, consiste en priorizar la compra cuando el producto es barato, y la venta cuando el precio es mayor. El siguiente gráfico muestra el precio de venta de un producto a lo largo de un año.



Observá atentamente el gráfico, y respondé las siguientes preguntas:

1. Si en el mes de septiembre un comerciante comprara 80 unidades:

a) ¿En qué momento de ese mismo año le convendría venderlas? Explicá tu respuesta.

b) ¿Cuál sería la ganancia? Explicá tu respuesta.

ACTIVIDAD 4.

Representando el movimiento

1. Un niño lanza una pelota de manera vertical y nos interesamos por analizar las posiciones que la pelota toma a lo largo del tiempo.

a) Describí el movimiento de la pelota, ¿qué pasa con la velocidad cuando le pelota sube? ¿Qué pasa con la velocidad cuando baja?

b) Graficá la posición de la pelota en cada instante de tiempo.

c) Pedro comenta que los siguientes gráficos A y B son correctos. ¿Cuál sería la explicación de Pedro para el gráfico A? ¿Y cuál sería la explicación para el gráfico B?

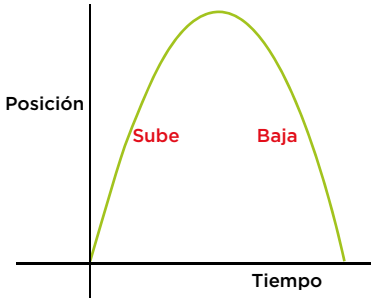


GRÁFICO A

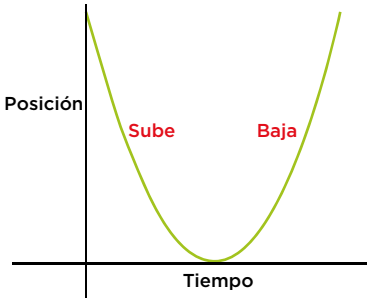


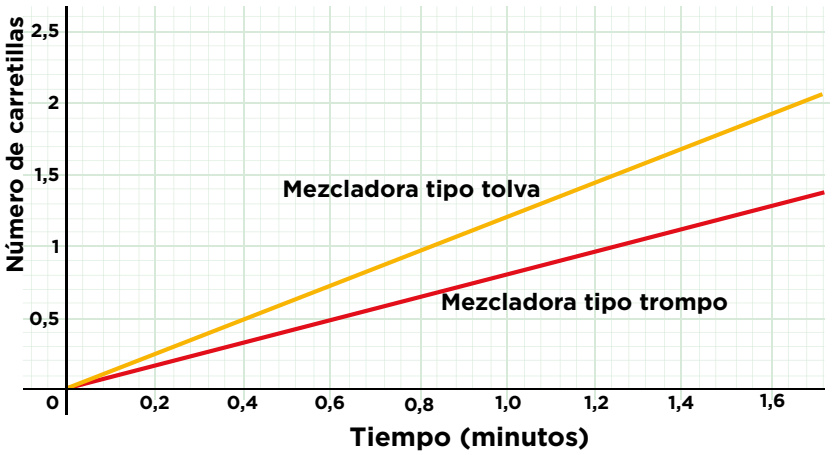
GRÁFICO B

ACTIVIDAD 5.

Analizando el llenado de las mezcladoras

1. Don Anselmo es un albañil que trabaja para una constructora y su principal tarea consiste en distribuir la cantidad de material que sale de las mezcladoras para llenar las carretillas de los albañiles encargados de transportarlas al lugar donde se necesiten. En estos días, únicamente han trabajado con dos mezcladoras, tipo tolva y tipo trompo.

Entre las especificaciones dadas en el manual de cada una de las mezcladoras en cuanto al llenado de "carretillas" por minuto, se encuentran los siguientes gráficos:



Observá atentamente los gráficos y respondé las siguientes consignas:

a) ¿Creés que la información del número de carretillas que se llena por minuto le es útil a don Anselmo? ¿Por qué?

b) ¿Con cuál de las mezcladoras se llenan más lento las carretillas?

c) ¿Cuánto tiempo tardan en llenarse 10 carretillas en la mezcladora tipo trompo?

d) ¿Cuánto tiempo tardan en llenarse 10 carretillas en la mezcladora tipo tolva?

TOLVA

TROMPO

e) ¿Cuánto tardan en llenar una carretilla si trabajan las dos mezcladoras simultáneamente?

f) ¿Cómo sería el gráfico del llenado de carretillas por minuto si se trabaja con las dos mezcladoras simultáneamente? Dibujá el gráfico en tu carpeta.

Retomado de Farfán (2012).

Ejemplar de distribución gratuita. Prohibida su venta.

+INNOVACIÓN

+CREATIVIDAD

+EVOLUCIÓN

Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación